Educational and Scholastic Studies *http://pma.cfu.ac.ir/*
Vol. 12, No. 4, Winter 2023 *Print ISSN: 2423-494X*
pp. 461- 507 *Online ISSN: 2645-8098*

Investigation of Students' Performance in Solving Proportional Reasoning Problems and the Effect of Educational Level, Gender and Type of School on Their Performance

Reyhani Ebrahim[1]*, Barkhordari HamidReza[2], Haghjoo Saeid[3]

1. Associate Professor, Department of Mathematics, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran
2. Master of Mathematics Education, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran
3. PhD of Mathematics Education, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

(Received: 2022/04/18; Accepted: 2023/08/01)

Abstract

This study investigates the performance of junior high school students in solving proportional problems and the effect of educational grade, gender, and school type on their performance in solving proportional problems. This study is applied and descriptive (survey type) in nature by considering purpose and implementation consecutively. The sample of this study was 442 of Qazvin City's junior high school students who were chosen based on randomized cluster sampling. The measurement tool was a questionnaire with five tasks related to proportional reasoning witch its content and face validity were examined by some of the mathematics professors and mathematics education professors. The Cronbach's alpha coefficient for the questionnaire proved to be 0.865 which shows an acceptable level of reliability. Data analysis was done using SPSS26 software and descriptive and inferential statistics methods. The analysis of the results showed that the students had a fairly good performance in solving proportional problems and their performance was evaluated in general at the level of proportional reasoning. Also, the analysis of data showed that there is a significant difference between the performance of students in 7^{th}, 8^{th}, and 9^{th} grades in solving proportional problems, and with the increasing educational grade, their problem-solving performance will be increased. On the other hand, by studying the effect of students' gender on problem-solving performance, it was found that there was no significant difference between male and female students in problem-solving. Also, it was observed that the school type is an effective factor in solving proportional problems and there is a significant difference between the performance of ordinary and gifted school students. The results of this study can be used in teacher training and textbook authoring.

Keywords: Problem-Solving, Proportional Reasoning, Gender, Educational level, Students, Junior High School.

* **Corresponding Author, Email:** e_reyhani@sru.ac.ir

مطالعات آموزشی و آموزشگاهی
دورهٔ ۱۲، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۴۰۲
صفحات ۵۰۷- ۴۶۱

http://pma.cfu.ac.ir/
شاپای چاپی: ۴۴۲۳-۴۹۴X
شاپای الکترونیکی: ۲۶۴۵-۸۰۹۸

بررسی عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی و تأثیر پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه بر کارکرد آن‌ها

ابراهیم ریحانی[۱*]، حمیدرضا برخورداری[۲]، سعید حق‌جو[۳]

۱. دانشیار، گروه ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران
۲. کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران
۳. دکتری آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۲۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۱۰)

چکیده

پژوهش حاضر عملکرد دانش‌آموزان متوسطه اول در حل مسائل استدلال تناسبی و تأثیر عوامل پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه را بر کارکرد آن‌ها مورد بررسی قرار می‌دهد. این پژوهش ازنظر هدف، کاربردی و ازنظر ماهیت و نوع مطالعه از نوع توصیفی و پیمایشی است. در این پژوهش، ۴۴۲ نفر از دانش‌آموزان متوسطه اول شهر قزوین پس از انتخاب به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای تصادفی، مورد مطالعه قرار گرفتند. ابزار اندازه‌گیری، آزمونی محقق‌ساخته شامل ۵ سؤال مرتبط با استدلال تناسبی است که روایی صوری و محتوایی آزمون توسط ۴ نفر از اساتید ریاضی و آموزش ریاضی تأیید شد و ضریب آلفای کرونباخ پرسشنامه ۰٫۸۶ به دست آمد که این مقدار وضعیت مناسبی را در مورد پایایی آن نشان می‌دهد. تجزیه‌وتحلیل داده‌ها، با کمک نرم‌افزار SPSS 26 و روش‌های آمار توصیفی و استنباطی همچون آزمون‌های خی‌دو و همبستگی اسپیرمن انجام شد. تحلیل نتایج با تعیین سطح معناداری ۹۵ درصد حاکی از آن بود که عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی معنادار بوده و به‌طورکلی در سطح پنج یعنی«استدلال تناسبی» از چارچوب نظری پژوهش ارزیابی می‌شوند. همچنین تجزیه‌وتحلیل داده‌ها نشان داد که بین عملکرد دانش‌آموزان پایه‌های هفتم، هشتم و نهم در حل مسائل استدلال تناسبی تفاوت معناداری وجود دارد و با افزایش پایه تحصیلی عملکرد حل مسئله آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. از طرفی با بررسی تأثیر جنسیت دانش‌آموزان بر عملکرد حل مسئله آن‌ها مشخص شد تفاوت عملکرد دانش‌آموزان دختر و پسر در حل مسائل استدلال تناسبی معنادار نبود و جنسیت تأثیر چندانی بر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان نداشته است. همچنین مشاهده گردید که نوع مدرسه عامل تأثیرگذاری در حل مسئله دانش‌آموزان در مسائل استدلال تناسبی محسوب می‌شود و بین عملکرد دانش‌آموزان مدارس عادی و تیزهوشان تفاوت معناداری وجود دارد. نتایج این پژوهش می‌تواند در امر آموزش معلمان و تألیف کتاب‌های درسی مورداستفاده قرار گیرد.

واژگان کلیدی: حل مسئله، استدلال تناسبی، جنسیت، پایه تحصیلی، دانش‌آموزان، دورهٔ اول متوسطه.

* نویسندهٔ مسئول، رایانامه: e_reyhani@sru.ac.ir

مقدمه

استدلال تناسبی[1] و مفاهیم مربوط به آن ازجمله کمیت[2]، نسبت[3]، تناسب[4]، نرخ[5]، کسر[6] و غیره، ازجمله مفاهیم مهم ریاضیات مدرسه‌ای هستند که یادگیری آن برای دانش‌آموزان ضروری اما آموزش آن برای معلمان دشوار است (لامون[7]، ۲۰۰۷؛ لوباتو[8] و همکاران، ۲۰۱۰). اهمیت و ضرورت موضوع استدلال تناسبی دانش‌آموزان در منابع پژوهشی متعددی مورد تأکید قرار گرفته است (به‌طورمثال لامون ،۲۰۲۰؛ پتیت[9] و همکاران، ۲۰۲۰؛ هینو و کاتو[10]، ۲۰۱۸؛ کوپور-گنکتورک[11] و همکاران، ۲۰۲۲؛ کرامر[12] و همکاران، ۱۹۹۳؛ بن‌چایم[13] و همکاران، ۱۹۹۸). در بسیاری از مطالعات به نقش و تأثیر استدلال تناسبی در یادگیری مفاهیم و موضوعات مختلف ریاضی و مسائل زندگی روزمره دانش‌آموزان و بزرگ‌سالان اشاره شده است. بنابر نظر بنسون[14] (۲۰۰۹) نشانه‌هایی از استدلال تناسبی در ۱۶۰۰ سال قبل از میلاد در پاپیروس نوشته‌های تالس، زمانی که با استفاده از سایه اهرام و شکل‌های هندسی دیگر توانست ارتفاع هرم را اندازه‌گیری کند، مشاهده شده است. استدلال تناسبی یک مبحث ریاضی ویژه در تحقیقات آموزش ریاضی است؛ زیرا بسیاری از موضوعات در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای و علوم (چگالی، مولاریته، سرعت و شتاب، نیرو) نیاز به دانش و درک نسبت و تناسب دارند (دل[15] و همکاران، ۲۰۱۲).

1. Proportional reasoning
2. Quantity
3. Ratio
4. Proportion
5. Rate
6. Fraction
7. Lamon
8. Lobato
9. Petit
10. Hino & Kato
11. Copur-Gencturk
12. Cramer
13. Ben-Chaim
14. Benson
15. Dole

ردپای استدلال تناسبی علاوه بر ریاضی در علوم مختلف مانند شیمی، اقتصاد، حسابداری و حتی کارهای روزمره زندگی همچون آشپزی نیز دیده می‌شود (بنسون، ۲۰۰۹). برای نخستین بار اینهلدر و پیاژه[1](۱۹۵۸) بودند که ماهیت توسعه استدلال تناسبی را به‌عنوان نشانهٔ مرحله «عملیات صوری» مطرح کردند. آخرین مرحله از مراحل نظریهٔ رشد شناختی پیاژه مرحلهٔ عملیات صوری است که یکی از اشکال آن استدلال تناسبی است.

امروزه استدلال تناسبی به‌عنوان سنگ بنای ریاضیات متوسطه و از اهداف والای ریاضیات ابتدایی شناخته می‌شود (لش، پست و بهر[2], ۱۹۸۸). همچنین به‌عنوان یک مفهوم مهم در ریاضیات ابتدایی آن‌ها و ریاضیات پیشرفته و یک معیار برای سنجش شایستگی ریاضی دانش‌آموزان در نظر گرفته‌شده است. بااین‌وجود امروزه بسیاری از دانش‌آموزان و حتی معلمان هنوز در درک و فهم مفاهیم مرتبط با استدلال تناسبی با مشکلاتی مواجه هستند (لامون، ۲۰۲۰؛ پتیت و همکاران، ۲۰۲۰؛ هینو و کاتو، ۲۰۱۸). اگر این مشکلات مرتفع نشوند، موجب ایجاد بدفهمی دانش‌آموزان در درک مباحث سطوح بالاتر همچون جبر که بر پایه استدلال تناسبی و درک روابط مستقیم است، خواهد شد (بنسون ۲۰۰۹). همچنین بنا بر نظر لامون (۲۰۰۷) شایسته است که برای رشد و موفقیت دانش‌آموزان مقطع متوسطه اول در ریاضیات مدرسه‌ای، مهارت استدلال تناسبی آن‌ها توسعه داده شود.

در برنامه درسی آموزش ریاضی در ایران، دانش‌آموزان در کتاب‌های درسی ریاضی در پایه‌های مختلفی با مفاهیم مرتبط با تناسب آشنا می‌شوند؛ برای مثال در کتاب درسی ریاضی پایه ششم (۱۳۹۹) بخشی با عنوان «کسر متعارفی- نسبت و تناسب» را مطالعه می‌کنند که پس از یادآوری مفهوم تناسب و کسرها از پایه‌های سوم تا پنجم ابتدایی، به یادگیری مطالب جدید می‌پردازند و مسائل متنوع را در مورد نسبت و تناسب حل می‌کنند. همچنین در کتاب درسی ریاضی پایه هشتم (۱۳۹۹) در بخشی به‌عنوان اعداد گویا، دوباره به معرفی کسرها و خواص آن‌ها اشاره می‌شود. در کتاب درسی ریاضی پایه نهم

1. Inhelder & Piaget
2. Lesh, Post & Behr

متوسطه (۱۳۹۹)، با معرفی مثلث‌های متشابه و تناسب بین اضلاع در آن‌ها، دانش‌آموزان با یکی از کاربردهای مهم تناسب آشنا شده و مسائل گوناگون را حل می‌کنند. همچنین در پایه‌های بالاتر مانند پایهٔ دوازدهم متوسطه و سال اول دانشگاه نیز فراگیران با مفهوم مشتق و کاربردهای آن آشنا می‌شوند که برای درک ساختاری مشتق به استدلال تناسبی نیازمند است. همچنین درک مفهوم شیب نیز در دوره دوم متوسطه به مفهوم کسر و نسبت مرتبط است. بااین‌وجود، تحقیقات زیادی نشان داده‌اند که توانایی استدلال تناسبی دانش‌آموزان به‌طورکلی موضوعی مسئله‌ساز و چالش‌برانگیز است (لامون، ۲۰۰۷، لوباتو و همکاران، ۲۰۱۰، بن‌چایم و همکاران، ۱۹۹۸).

از طرف دیگر پژوهش‌های محدودی در کشورمان در مورد استدلال تناسبی انجام شده است (به‌عنوان نمونه رفیع‌پور و جوکار، ۱۳۹۱؛ پورنگ و همکاران، ۱۴۰۰؛ رفیع پور، ۱۳۹۳). با توجه به بررسی پژوهش‌های انجام‌شده و استفاده از تجارب آموزشی، همچنین با توجه به جایگاه مهم استدلال تناسبی در طول پایه‌های مختلف تحصیلی، پژوهش حاضر در پی آن است تا به بررسی توانایی حل مسئله دانش‌آموزان در مسائل استدلال تناسبی و تأثیر عوامل پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه بر آن بپردازد. سؤالات زیر، این پژوهش را هدایت خواهند کرد: ۱) عملکرد دانش-آموزان متوسطه اول در حل مسائل استدلال تناسبی چگونه است؟ ۲) عوامل جنسیت، پایه تحصیلی و نوع مدرسه چه تأثیری بر عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی دارند؟ پژوهش حاضر شواهد مفیدی را از درک دانش‌آموزان از استدلال تناسبی و راهبردهای حل مسئله آنان در مسائل مرتبط برای معلمان و آموزشگران ریاضی فراهم می‌کند. همچنین چارچوب‌های نظری ارائه‌شده در بخش مبانی نظری پژوهش می‌تواند در امر آموزش دانشجو معلمان دوره‌های ابتدایی و کارشناسی آموزش ریاضی مورداستفاده قرار گیرد.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در ادبیات پژوهشی، تعاریف مختلفی از مفاهیم مرتبط با موضوع استدلال تناسبی ارائه‌شده است که به‌اختصار به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود.کمیت عبارت است از هر چیز قابل‌اندازه‌گیری که

بتوان اندازه‌ی آن را با یک عدد و یکا بیان کرد و قابل‌افزایش و یـا کـاهش باشـد (لامـون، ۲۰۲۰). نسبت عبارت است از مقایسه بین دو یا چند کمیت (لامون، ۲۰۰۵). نسبت ارتباط بین دو کمیت را بیان می‌کند و یک شاخص مقایسه‌ای است تا یک عدد (بهر و همکاران[1]، ۱۹۸۳). همچنین به‌عنوان مقایسه ضربی میان دو کمیت با واحدهای یکسان یـا متفـاوت تعریـف مـی‌شـود (لبـاتو و الـیس، ۲۰۱۰). برای مثال، مخلوط کردن فنجان‌های شکر و آرد با پیمانه یکسان به نسبت دوبه‌سـه بیـانگر این است که مقدار شکر، دوسوم برابر مقدار آرد است. نسبت‌ها به‌عنوان بازنمایی جـزء بـه‌کـل یـا بازنمایی جزءبه‌جزء تعریف می‌شوند (ون‌دیوال، کارپ و ویلیـامز[2]، ۲۰۱۰). مفهـوم نسـبت اغلـب همراه با مفهوم نرخ به کار می‌رود (بنسون، ۲۰۰۹). زمانی کـه در یـک نسـبت، دو کمیـت از نـوع مختلف در نظر گرفته می‌شود، این نسبت، نـرخ نامیـده مـی‌شـود (ون‌دیـوال و همکـاران، ۲۰۱۰). به‌طور مثال، پرداخت ۱۰ هزارتومان به ازای هر کیلوگرم سیب یک مقایسه ضربی میان دو کمیـت با واحدهای مختلف و نمایانگر مفهوم نرخ است. علاوه بر این, تناسب یک گزاره ریاضی است که برابری دو نسبت را نشان می‌دهد به‌عنـوان‌مثـال، $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (فیشـر[3]، ۱۹۸۸). ازنظـر دُل و همکـاران (۲۰۱۲)، نسبت موقعیتی است برای مقایسه کردن و استفاده از آن نسبت بـرای توصـیف مـوقعیتی مربوط به آن مقایسه را تناسب می‌نامد. ازجمله دیگر مفاهیم مهم مرتبط با استدلال تناسبی می‌تـوان به کسرها اشاره نمود. کسرها از انتزاعی‌ترین، پرکاربردترین بااهمیت‌ترین مفاهیم ریاضی هستند که دانـش‌آمـوزان در دوره ابتـدایی بـا آن‌هـا مواجـه مـی‌شـوند کـه در آن دوره بایـد درک مفهـومی دانش‌آموزان از کسرها تقویت گردد. شورای ملی معلمان ریاضی امریکا در اصول و اسـتانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای[4](۲۰۰۰) معرفی مفهوم کسر را در پایه‌های اولیه (از پیش‌دبسـتان تـا پایـه دوم) توصیه کرده است. همچنین این شورا توصیه کرده است که در پایه‌هـای ۳ تـا ۵ درک، بازنمـایی و

1. Behr et al.
2. Van de Walle, Karp & Williams
3. Fisher
4. Principles and standards for school mathematics

مهارت‌های عملیاتی کسرها هرچه بیشتر توسعه یابند و بـر ایجـاد درک مفهـومی دانـش‌آمـوزان از کسرها تمرکز شود (انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا،۲۰۰۰). استدلال تناسـبی «عبـارت اسـت از توانایی تشخیص یک رابطه ضربی بین دو کمیت و همچنین توانایی تعمیم همان رابطـه بـه جفـت کمیت‌های دیگر» (لامون ،۲۰۲۰: ۲۳۹–۲۳۸). در گزارش انجمن معلمان ریاضـی امریکـا (انجمـن ملی معلمان ریاضی آمریکا،۲۰۰۰) استدلال به کمک نسبت‌ها با یـادگیری پـرداختن بـه دو کمیـت به‌طور هم‌زمان آغاز می‌شود. لامون (۲۰۰۷)، استدلال تناسـبی را بـه‌عنـوان کشـف، بیـان، تحلیـل، توضیح و ارائه دلایل برای اثبات ادعاهای مربوط به روابط تناسبی تعریـف مـی‌کنـد.وی، اسـتدلال تناسبی را به‌عنوان یـک‌شـکل از اسـتدلال ریاضـی تعریـف مـی‌کنـد کـه شـامل درک مشـترک و مقایسه‌های چندگانه و توانایی ذخیره ذهنی و پردازش چندین قطعه اطلاعات است. علاوه بر ایـن، به‌عنوان بخشی از برنامه درسی ابتدایی و اساس جبـر و فراتـر از آن اشـاره شـده اسـت. اسـتدلال تناسبی به‌عنوان توانایی فرد برای درک، ایجاد و استفاده از رابطه بین دو فضای اندازه‌گیری مختلف یا درون فضاهای اندازه‌گیری تعریف شده است (ون‌دورن، واموا‌کسکی و ورشافل[1]، ۲۰۱۸). لامون (۲۰۲۰)، استدلال تناسبی را معیاری برای درک مفاهیم ریاضی در برنامه درسی ریاضـیات متوسـطه می‌داند که زیربنایی برای مفاهیم پیچیده‌تر در دبیرستان محسوب می‌شود. بـه عقیـده وی اسـتدلال تناسبی یکی از کارآمدترین شاخص‌هایی است که نشان می‌دهد یک دانش‌آموز به درک اعداد گویا و مفاهیم مرتبط دست یافته است. در شورای ملی معلمان ریاضـی (انجمـن ملـی معلمـان ریاضـی آمریکا، ۲۰۰۰) آمده است که مهارت استدلال تناسبی در دانش‌آموزان در پایه‌های پـنجم تـا هشـتم رشد و توسعه می‌یابد و اهمیت استدلال تناسبی آن‌قدر زیاد است که می‌بایسـت هرچقـدر زمـان و تلاش لازم است برای اطمینان از توسعه دقیق آن به کار گرفتـه شـود. طبـق نظـر دُل (۲۰۱۲) هـم معلمان و هم دانش‌آموزان باید توانایی استدلال تناسبی را داشته باشند. بـه اعتقـاد لامـون (۲۰۰۷) استدلال تناسبی زمانی روی می‌دهد که دانش‌آموز بتواند درک خود را از برابری نسبت‌های عـددی

1. Van Dooren, Vamvakoussi & Verschaffel

متناسب، و ثابت بودن نسبت بین موقعیت توصیف کند؛ هرچند بتواند این روابط را به صورت نمادی ارائه کند یا نتواند. بنابراین نسبت و تناسب دو مفهوم هستند که زیر چتر استدلال تناسبی قرار می‌گیرند.

در ابتدا به ویژگی‌های کمی و عددی استدلال تناسبی توجه بیشتری می‌شد. فرودنتال[1] (۱۹۸۳)، استدلال تناسبی را به‌عنوان توانایی مقایسه دو جز از یک کل واحد، مقایسه ویژگی‌های کمیت‌های مختلف (نرخ)، مقایسه ویژگی‌های دو کمیت که با یکدیگر ارتباط مفهومی دارند (به‌عنوان‌مثال استفاده از مقیاس نقشه) توصیف می‌کند. یکی از مشکلات بنیادی دانش‌آموزان و دانشجومعلمان و حتی برخی از معلمان، عدم تمیز روابط تناسبی از غیرتناسبی و استفاده از راهبردهای تناسبی برای حل مسائل غیرتناسبی است. همچنین در پژوهش‌های متعددی تمایل دانش‌آموزان و دانشجو معلمان به استفاده از راهبردهای جمعی به‌جای راهبردهای ضربی برای حل مسائل استدلال تناسبی گزارش شده است (لباتو و الیس، ۲۰۱۰؛ لامون، ۲۰۲۰؛ پتیت و همکاران، ۲۰۲۰؛ هینو و کاتو، ۲۰۱۸؛ کرامر و پست، ۱۹۹۳). ون دورن و همکاران (۲۰۱۶) برای سنجش توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی سه نوع مسئله را در نظر گرفتند مسئله مقدار مجهول[2]، مسئله مقایسه عددی[3] و مسئله استدلال کیفی[4]. همچنین لامون (۲۰۰۷) مسائل استدلال تناسبی را به دو دسته مسائل مقدار مجهول و مسائل مقایسه عددی تقسیم‌بندی کرد.

مسئله مقدار مجهول از سه مقدار معلوم و یک مقدار مجهول تشکیل می‌شود. این چهار مقادیر با یکدیگر ارتباط مفهومی دارند و ازلحاظ ترتیب و معنایی با صورت‌مسئله ارتباط تنگاتنگی دارند. این‌گونه مسائل معمولاً همراه با عباراتی همچون (به ازای، و، برای) بیان می‌شوند (هارل و بهر[5]، ۱۹۸۹). باید توجه داشت که حل کردن مسائل مقدار مجهول با در اختیار قرار دادن سه مقدار از

1. Freudenthal
2. Missing value problem
3. Numerical comparison problem
4. Qualitative reasoning problem
5. Harel & Behr

چهار مقدار در تساوی $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ به دانش‌آموزان و ضرب آن‌ها و به دست آوردن مقدار چهارم صرفاً به معنای استدلال تناسبی نیست؛ همان‌طور که لامون (۲۰۰۵) بیان می‌کند، در بررسی مقدار مجهول در مطالعه استدلال تناسبی صرفاً انجام ضرب متقابل نسبت‌ها چندان اهمیتی ندارد و تمام افرادی که مسئله تناسب را حل می‌کنند لزوماً از استدلال تناسبی استفاده نمی‌کنند؛ ممکن است یک دانش‌آموز بدون اینکه ماهیت تناسبی مسئله را درک کرده باشد، از ضرب متقابل استفاده کند. اهمیت مسائل مقدار مجهول در این است که بتوان به کمک آن روابط تناسبی را بازنمایی نمود (نقل شده در بنسون، ۲۰۰۹).

در مسئله مقایسه عددی چهار کمیت در قالب دو نسبت داده شده‌اند و هدف این‌گونه مسائل این است که دانش‌آموزان به مقایسه مقادیر عددی نسبت‌ها با یکدیگر بپردازند (لامون، ۲۰۲۰). مثلاً مسئله «دو راننده که یکی از آن‌ها مسیر ۳۵۰ کیلومتری را در مدت دو ساعت طی می‌کند و دیگری مسیری ۱۸۰ کیلومتری را در دو و نیم ساعت طی می‌کند سرعت کدام‌یک از این دو راننده بیشتر است؟ » از نوع مقایسه عددی است که دانش‌آموزان باید به مقایسه نرخ کیلومتر برحسب مدت‌زمان (سرعت) برای هر دو راننده بپردازند و از آن نتیجه‌گیری کنند.

در مسئله استدلال کیفی دانش‌آموزان نسبت‌ها، کسرها و نرخ‌ها را در عدم حضور مقادیر عددی و به‌صورت کیفی بررسی می‌کند و به کمک آن‌ها استدلال انجام می‌دهند (لامون، ۲۰۲۰). مثلاً مسائلی مرتبط با افزایش یا کاهش اندازه یک کسر یا نسبت و یا بررسی تغییر مزه یک نوشیدنی در اثر ایجاد تغییر در نسبت اجزای تشکیل‌دهنده آن، از نمونه این مسائل می‌باشند. منظور از استدلال کیفی استدلالی است شامل مفاهیم تناسبی؛ اما بدون حضور متغیرهای عددی. مثلاً مسئله «شخصی از انگشت خود برای اندازه‌گیری فاصله دو نقطه در نقشه‌ای استفاده می‌کند اگر نقشه تغییر پیدا کند، فاصله‌ای که با همان عرض انگشت اندازه‌گیری می‌کند چه تغییری می‌کند؟ (لامون، ۲۰۰۵)» از نوع استدلال کیفی است.

مسئله غیرتناسبی[1]

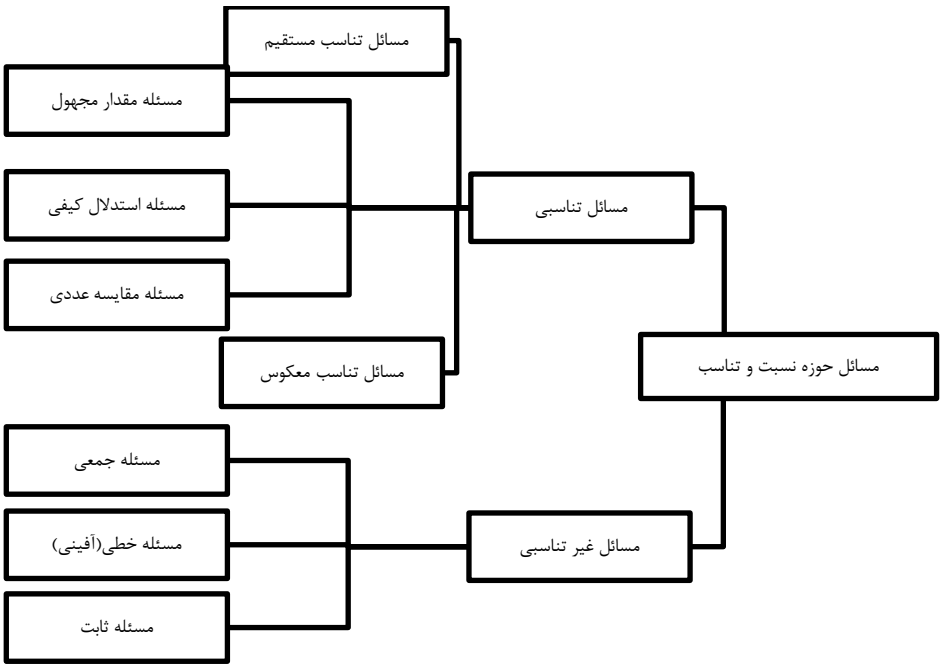
مسائل غیرتناسبی مسائلی هستند که بین متغیرهای آن‌ها روابط تناسبی برقرار نیست. بنا به نظر کرامر (۲۰۱۷) یکی از نشانه‌های درک عمیق نسبت و تناسب، توانایی دانش‌آموزان در تشخیص روابط تناسبی و غیرتناسبی از یکدیگر است (ص ۲۷). همچنین پتیت و همکاران (۲۰۲۰) به نقل از کرامر و همکاران (۱۹۹۳) یکی از راه‌های مؤثر در کمک به دانش‌آموزان را برای تشخیص روابط تناسبی از غیر تناسبی ارائه تکالیفی می‌داند که مستلزم درک وجه تمایز بین این مسائل توسط دانش‌آموزان هستند. درنتیجه دانش‌آموزان دچار به‌کارگیری الگویی تکراری در حل مسائل غیرتناسبی بر اساس تجربه‌های همیشگی خود صرفاً در مسائل استدلال تناسبی نخواهند شد (ص۴۱). طبق نظر ون دورن و همکاران (۲۰۱۶) انواع مسائل حوزه تناسبی به دو دسته تناسبی و مسائل غیرتناسبی و مسائل غیرتناسبی نیز به سه دسته تقسیم می‌شوند: مسائل جمعی[2]، مسائل آفینی[3] و مسائل ثابت[4]. در مسائل جمعی بین متغیرها و کمیت‌های مسئله رابطه جمعی (و نه رابطه ضربی) وجود دارد به‌عنوان‌مثال مسئله «سارا ۱۲ سال دارد و برادرش ۱۵ سال دارد زمانی که سن سارا دو برابر شود برادر او چند سال دارد ؟» مسئله‌ای جمعی است.

در مسائل آفینی بین کمیت‌های مسئله رابطه خطی وجود دارد، اما ماهیت مسئله ضربی محسوب نمی‌شود و بین متغیرها رابطه تناسبی وجود ندارد. به‌طور نمونه «لکوموتیو قطاری ۱۲ متر طول دارد. اگر چهار واگن قطار متصل شود، طول آن ۵۲ متر خواهد شد. اگر ۸ واگن به آن وصل شود، طول آن چقدر خواهد بود؟» (برگرفته از ون دورن و همکاران؛ ۲۰۱۶)، مثالی از مسئله‌ای تناسبی از نوع مسائل آفینی است. رابطه تناسبی بین طول قطار و تعداد واگن‌های قطار ارتباطی به طول لوکوموتیو قطار ندارد و طول لکوموتیو همیشه مقداری ثابت است. طول لکوموتیو به‌مثابه

1. Non-proportional problem
2. Additive problems
3. Offine problems
4. Constant problems

عرض از مبدأ در معادله خط و طول هر واگن به‌مثابه شیب‌خط است که علت نام‌گذاری این نوع مسائل به همین دلیل است.

مسائل ثابت آن دسته از مسائل غیرتناسبی هستند که رابطه بین متغیرها خنثی است و افزایش یا کاهش یک متغیر مسئله بر روی متغیر دیگر مسئله تأثیری نمی‌گذارد. به‌عنوان‌مثال، «گروهی ۵ نفره از دانش‌آموزان سرودی را در مدت ۴ دقیقه اجرا می‌کنند؛ یک گروه ۱۰ نفره آن سرود را در مدت چند دقیقه اجرا می‌کنند؟» نمونه‌ای از مسائل ثابت است که هیچ‌یک از رابطه‌های جمعی یا ضربی بین متغیرهای مسئله وجود ندارد.



شکل ۱. ارائه مدل نظری با موضوع انواع مسائل حوزه نسبت و تناسب (برگرفته از بن چایم و همکاران، ۱۹۹۸؛ و ون دورن و همکاران، ۲۰۱۶؛ کرامر و پست، ۲۰۱۷)

به‌طور کلی می‌توان تقسیم‌بندی انواع مسائل مرتبط با تناسب را طبق ادبیات پژوهشی موجود به صورت شکل ۱ طبقه‌بندی نمود.

روش پژوهش

پژوهش حاضر ازنظر هدف، کاربردی و ازنظر ماهیت و نوع مطالعه از نوع توصیفی و پیمایشی است. برای سنجش میزان توانایی حل مسئله دانش‌آموزان در این تحقیق از آزمونی شامل ۵ تکلیف حل مسئله بر اساس چارچوبی تلفیقی استفاده شده است. زیرا به‌منظور بررسی توانایی حل مسئله می‌بایست انواع عملکرد دانش‌آموزان در به‌کارگیری استدلال تناسبی مورد پایش و تحلیل قرار گیرد. بنابراین با بررسی مدل‌ها و چارچوب‌های ارائه‌شده در پیشینه پژوهش تصمیم بر آن شد تا از چارچوبی تلفیقی که تمامی ابعاد و حالات ممکن برای پاسخ به تکالیف آزمون را مورد پوشش خود قرار دهد استفاده گردد. تکالیف آزمون به‌صورتی انتخاب شده است که توانایی حل مسئله دانش‌آموزان در مسائل استدلال تناسبی را موردسنجش قرار دهد. بدین‌صورت که از دانش‌آموزان خواسته شده که مسئله را حل کنند و راه‌حل خود را به‌طور کامل بنویسند. پس از گردآوری و تهیه سؤالات اولیه آزمون ۴۰ مسئله از انواع مسائل تناسبی و غیرتناسبی انتخاب شدند و با اصلاح و حذف تعدادی از سؤالات و جرح‌وتعدیل آن‌ها ۲۰ سؤال برای اجرای آزمایشی در مرحله اول انتخاب شدند. بعد از اجرای آزمایشی بر روی نمونه اولیه و بررسی نتایج پژوهش بر روی این ۲۰ سؤال و با تعیین ضریب سختی ۰,۴۴ و ضریب تمیز ۰,۵۹ درنهایت ۵ مسئله پس از جرح‌وتعدیل نهایی به‌عنوان تکالیف آزمون برگزیده شدند که روایی صوری و محتوایی آن‌ها پس از دو مرحله اصلاح توسط ۴ نفر از اساتید ریاضی و آموزش ریاضی و ضریب آلفای کرونباخ پرسشنامه ۰,۸۶ محاسبه شده است.

جامعه آماری پژوهش موردنظر شامل کلیه دانش‌آموزان دختر و پسر مشغول به تحصیل در مقطع متوسطه اول در نواحی یک و دو شهرستان قزوین در سال تحصیلی ۱۴۰۰- ۱۳۹۹ هستند. در این تحقیق از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای تصادفی استفاده شد. ابتدا ۴۰ نفر به‌طور تصادفی از پایه‌های هفتم تا نهم در دو مدرسه انتخاب شدند و مطالعه مقدماتی بر روی آن‌ها انجام گرفت. سپس هفت مدرسه مقطع متوسطه اول از انواع دخترانه و پسرانه، دولتی و تیزهوشان انتخاب گردیدند و از هر مدرسه یک کلاس به‌طور تصادفی انتخاب شد. و درنهایت ۴۴۲ نفر از

دانش‌آموزان جامعه آماری موردنظر به روش نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای برای اجـرای آزمـون و تحقیق انتخاب شدند. لازم به ذکر است که از این تعداد ۴۰۸ دانش‌آمـوز در مـدارس عـادی و ۳۴ دانش‌آموز در مدارس تیزهوشان مشغول به تحصیل بودند و به تفکیک جنسـیت ۲۶۳ پسـر و ۱۷۹ دختر در پژوهش شرکت داشتند. از طرفی باوجود شـیوع گسـترده بیمـاری کوویـد ۱۹ و کـاهش ارتباط فیزیکی محققین با دانش‌آموزان و نمونه آزمایشی در مراحل جمع‌آوری و تحلیـل داده‌هـای مرتبط با پژوهش، تمامی فرایندهای توزیع پرسش‌های پژوهش، جمع‌آوری پاسخ‌های دانش‌آموزان، دریافت بازخوردهای دانش‌آموزان، تحلیل نتایج و غیره به‌صـورت کـاملاً مجـازی و در چـارچوب نرم‌افزارها و شبکه‌های اجتماعی که مهم‌ترین آن‌ها شبکه اجتماعی دانش‌آموزی (شـاد) بـود، اجـرا گردید که این امر از نوآوری‌های این پژوهش محسوب می‌گـردد. پـس از اخـذ مجوزهـای لازم و هماهنگی با مدیران مدارس و دبیران ریاضی متوسطه اول، تکالیف آزمون در اختیار دانـش‌آمـوزان قرار داده شد و پس از مدت‌زمان لازم پاسخگویی پاسخ‌های آن‌ها دریافـت شـد و تجزیـه‌وتحلیـل پاسخ‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای آماری انجام گرفت.

در این پژوهش با توجه به بخشی از پیشینه پژوهشی بررسی‌شده (چارچوب نظری کـارپلاس، پـولس و اسـتیج[1] (۱۹۸۳)، فیشـر (۱۹۸۸)، لامـون (۱۹۹۳)، بنسـون (۲۰۰۹) ویلنـد و همکـاران [2] (۲۰۲۰)، لیندا و همکاران (۲۰۱۱)) و بررسی و جرح‌وتعدیل آن‌هـا چـارچوبی تلفیقـی متشـکل از شش سطح تهیه شد و بررسی عملکرد دانش‌آموزان متوسطه اول بر اساس این چـارچوب صـورت گرفت. در این چارچوب پس از بررسی و تحلیل نتایج حل مسئله دانش‌آموزان ابتدا عملکرد آن‌هـا به دو دسته درست و نادرست تقسیم می‌شوند و حل مسئله نادرست نیز به سه سـطح طبقـه‌بنـدی می‌شوند. نمای کلی این چارچوب در جدول ۱ نمایش داده شده است.

1. Karplus, Pulos & Stage
2. Weiland et al.

جدول ۱. چارچوب ارائه شده توسط محققین از سطوح مختلف حل مسئله تناسبی و پژوهش‌های حمایت کننده از هر سطح

	طبقه‌بندی	نام سطح	توضیحات	پژوهش‌های حمایت‌کننده
حل مسئله نادرست	سطح یک	بدون پاسخ، پاسخ‌های نامربوط یا مبتنی بر حدس و گمان	در این سطح دانش‌آموز با سؤال ارتباط برقرار نمی‌کند یا پاسخ‌هایی نامربوط به مسئله مبتنی بر حدس و گمان و بدون دلیل ارائه می‌دهد.	**کارپلاس و همکاران (۱۹۸۳)، فیشر(۱۹۸۸)، لامون (۱۹۹۳)** بنسون (۲۰۰۹)
	سطح دو	استفاده از راهبرد جمعی یا ضربی در موقعیت نامناسب	در این سطح دانش‌آموز ماهیت مسئله را درک نکرده است و با به‌کارگیری راهبرد جمعی در مسئله‌ای با موقعیت ضربی یا به‌کارگیری راهبرد ضربی در مسئله‌ی با موقعیت جمعی پاسخ نادرستی برای سؤال ارائه می‌دهد.	فیشر(۱۹۸۸) بنسون (۲۰۰۹) کارپلاس و همکاران (۱۹۸۳)
	سطح سه	الگوسازی، توضیح کلامی، عدم برقراری ارتباط بین متغیرها	در این سطح دانش‌آموز ماهیت مسئله را درک می‌کند اما توانایی برقراری ارتباط بین متغیرهای کمی را ندارد و صرفاً با الگوسازی، ارائه توضیح کلامی، مدل‌سازی و غیره سعی در ارائه استدلال در ارتباط با خواسته مسئله می‌کند، اما در حل مسئله عملکرد مناسبی نداشته و به پاسخ نادرستی می‌رسد.	لامون(۱۹۹۳) بنسون (۲۰۰۹)
حل مسئله درست	سطح چهار	بازنمایی‌های شهودی و معنادار، به‌کارگیری تفکر نسبی	در این سطح دانش‌آموز ماهیت مسئله را درک کرده و به پاسخ صحیح مسئله می‌رسد و با استفاده از بازنمایی‌های شهودی مانند رسم نمودار یا شکل، توضیح کلامی، مدل‌سازی و... به استدلال درباره پاسخ خود می‌پردازد. اما از راهبردهای حل مسئله تناسبی استفاده نکرده است.	لامون(۱۹۹۳) لیندا و همکاران(۲۰۱۱) ویلند وهمکاران(۲۰۲۰)

	سطح پنج	استدلال تناسبی	در این سطح دانش‌آموز با استفاده از راهبرد-های مناسب حل مسئله(ضرب متقابل، نرخ واحد، کسرهای برابر و غیره) اقدام به حل مسئله می‌کند و پاسخ صحیح را به دست می-آورد.	کارپلاس و همکاران (۱۹۸۳) فیشر(۱۹۸۸) لامون(۱۹۹۳) ویلند و همکاران(۲۰۲۰)
	سطح شش	استدلال تناسبی پیشرفته	در این سطح دانش‌آموز سطوح درک بالاتری از مسئله را نشان می‌دهد و با استفاده از متغیرهای جبری و یا چندین راهبرد در حل مسئله مهارت بالاتری در استدلال تناسبی دارد.	فیشر(۱۹۸۸) لامون(۱۹۹۳) ویلند وهمکاران(۲۰۲۰) رفیع پور و جوکار(۱۳۹۱)

یافته‌های پژوهش

بررسی و تحلیل کیفی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون

در این بخش به‌منظور به پاسخ به هدف اصلی پژوهش یعنی بررسی عملکرد دانش‌آموزان مقطع متوسطه اول در حل مسائل استدلال تناسبی به تجزیه‌وتحلیل داده‌های حاصل از پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون پرداخته شده است بررسی و تحلیل پاسخ‌های درست و نادرست دانش‌آموزان به سؤالات آزمون می‌تواند تا حدودی نحوهٔ تفکر آنان را منعکس کند و نقاط قوت و ضعف آنان را در فرایند حل مسئله نمایان سازد. در این پژوهش پنج سؤال مرتبط با مفاهیم نیازمند استدلال تناسبی که هرکدام در قالبی متفاوت و دربرگیرنده هدفی مشخص بودند، در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفت. این ۵ سؤال به‌گونه‌ای گزینش‌شده بودند که تمامی اهداف پژوهش را پوشش دهند. پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون پس از بررسی دقیق در هر یک از سطوح چارچوب حل مسئله تناسبی دسته‌بندی شد. سپس داده‌های به‌دست‌آمده، محققین را به اهداف فرعی این پژوهش یعنی تأثیر عوامل پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه بر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان در مسائل استدلال تناسبی نزدیک نمودند. بدین منظور، در ادامه سؤال‌های آزمون و هدف آن‌ها و پاسخ‌های ارائه‌شده توسط دانش‌آموزان به سؤالات آزمون مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است.

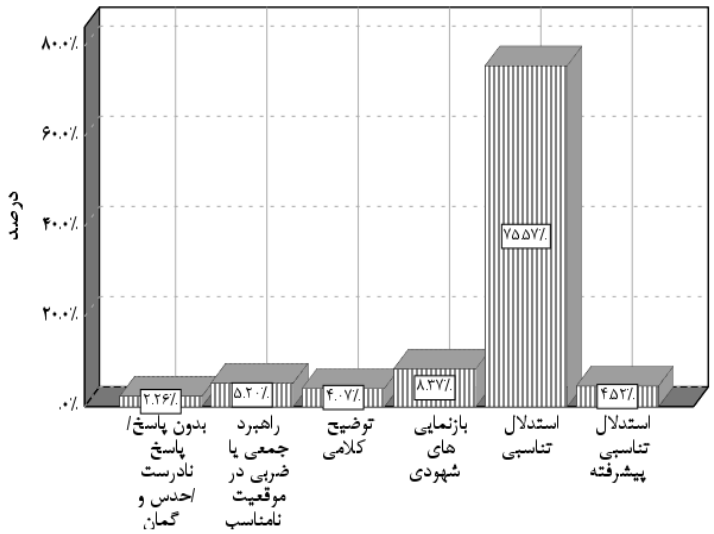
سؤال اول: ماشین (الف) ۱۸۰ کیلومتر را در سه ساعت طی می‌کند. ماشین (ب) ۴۰۰ کیلومتر را در ۷ ساعت طی می‌کند. کدام ماشین سریع‌ترحرکت می‌کند؟ چرا؟ دلیل خود را توضیح دهید.

هدف سؤال: این سؤال در قالب مسئله‌ای تناسبی از نوع مقایسه عددی و با هدف بررسی توانایی دانش‌آموزان در تشکیل نرخ کمیت‌ها و مقایسه کمیت‌ها با استفاده از آن و شناسایی راهبردهای حل مسئله آنان تهیه شده است. از دانش‌آموزان خواسته شده است تا با به دست آوردن نرخ مسافت طی شده بر مدت‌زمان یعنی کمیت سرعت به مقایسه سرعت دو ماشین بپردازند.

جدول شماره ۳ و شکل ۲، فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست را در سؤال یک نشان می‌دهد.

جدول ۳. فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست مربوط به سؤال یک

پاسخ‌ها	فراوانی	درصد فراوانی
نادرست	۵۱	۱۱/۵
درست	۳۹۱	۸۸/۵



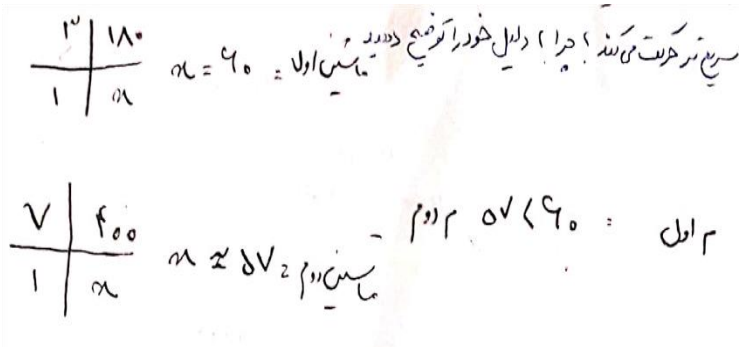
شکل ۲. درصد فراوانی هر یک از سطوح حل مسئله در سؤال یک

با بررسی پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان در این سؤال بر اساس سطوح حل مسئله می‌توان مشاهده کرد که ۸۸,۵ ٪ پاسخ‌ها به این سؤال صحیح بوده است. درصد قابل‌توجهی از پاسخ‌های دانش‌آموزان (۷۵/۶٪) به این سؤال در سطح استدلال تناسبی قرار می‌گیرد و تنها ۵,۲٪ از پاسخ‌ها مربوط به دانش‌آموزانی بوده است که در درک ماهیت ضربی مسئله موفق نبوده‌اند و به مسئله با رویکرد جمعی نگریسته‌اند. این می‌تواند نشان‌دهنده این موضوع باشد که دانش آموزان متوسطه اول در مسائل مقایسه عددی بخصوص در مسائلی که مرتبط با دنیای واقعی باشند (مثلاً در این سؤال متغیرهای سرعت، اتومبیل، مسافت طی شده و غیره) ارتباط و تعامل بهتری با متغیرهای مسئله برقرار می‌کنند. همان‌طور که ویسوتسکایا و همکاران[1] (۲۰۲۰) بیان می‌کنند مفاهیم زیادی در ریاضیات و سایر علوم ارتباط تنگاتنگی با نسبت و تناسب دارند ازجمله کسرها، نرخ‌ها، درصدها، نسبت‌ها، لذا وجود متغیرها و زمینه ذهنی دانش‌آموز از مفاهیم سرعت و مسافت در دروسی مانند علوم تجربی و غیره دانش‌آموز را به سمت تشکیل نرخ و مقایسه آن‌ها سوق می‌دهد.

جدول ۴. نمونه پاسخ‌های دانش‌آموزان مربوط به سؤال یک

پاسخ	نمونه پاسخ‌های دانش آموزان به این سؤال	سطوح
درست	حل: ماشین (الف) در یک ساعت ۶۰ کیلومتر را طی می‌کند اما ماشین (ب) در یک ساعت ۵۷,۱۰۰ را طی می‌کند پس این یعنی ماشین (الف) از ماشین (ب) سریع تر است سرعت (ب) < سرعت (الف)	سطح چهار
	حل: ماشین الف سریعتر حرکت می‌کند. ۱۲۰۰/۲۱ ، ۱۲۶/۲۱ ، ۴۰۰۰/۷۰۰ = ۱۸۰۰/۳۰۰ ب الف ماشین الف = ۱۸۰ کیلومتر / ۳ ساعت ماشین ب = ۴۰۰ / ۷ ۳ = [۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۱, ۲۴, ...] ۷ = [۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, ...] ک.م.م = ۲۱	سطح پنج

1. Vysotskaya et al.



هزاره دو منفیر با واحدهای یکسان

حل: با ابزار یکسر و مقایسه می‌آنده متوجه می‌شویم که ماشین الف سریعتر حرکت

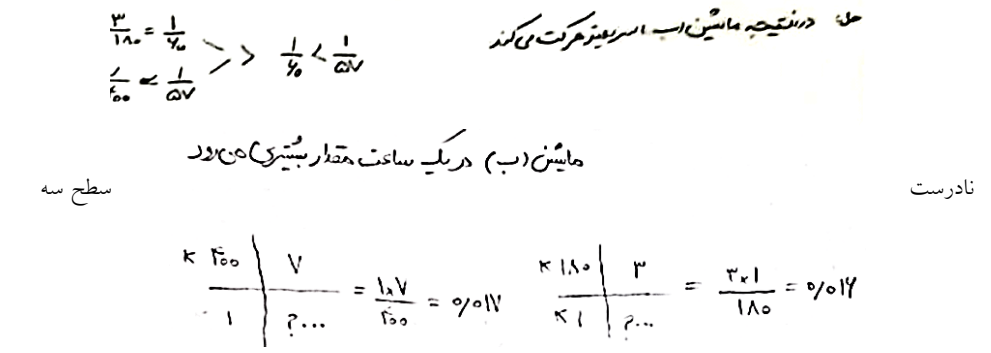
سطح شش

ه: وقتی شخص A کیلومتر راه ساعت برود همان شخص ۲A کیلومتر را در ۲B ساعت رود. یعنی نسبت $\frac{A}{B}$ یا $\frac{B}{A}$ برای همان شخص ثابت است. برای مقایسه‌ی مسافت ه شده، هر دو شخص را به یک عدد مشخص ضرب می‌کنیم و با توجه به توضیح داده شده وقتی ساعت های هر دو برابر باشد شخصی که زمان کمتری صرف کرده سریع‌تر می‌رود.

ج الف) ۱۸۰ km ۳ ساعت $\xrightarrow{\times 20}$ ۳۶۰۰ km ساعت ۶۰

ج ب) ۴۰۰ km ۷ ساعت $\xrightarrow{\times 9}$ ۳۶۰۰ km ساعت ۶۳

ماشین الف سریع‌تر می‌رود.



بسیاری از دانش‌آموزان با تبدیل مسئله به مسئله مقدار مجهول و تشکیل جدول تناسب و ضرب متقابل اقدام به پیدا کردن مقدار مجهول نموده است. همچنین برخی دانش‌آموزان با تشکیل نرخ (سرعت) اقدام به مقایسه نرخ‌ها و پاسخ به سؤال نموده‌اند. مشاهده گردید که برخی دانش‌آموزان به علت تشخیص نادرست نسبت و جدول تناسب یا عدم درک کافی از مفهوم نرخ به پاسخ درستی دست نیافته‌اند و پاسخ آن‌ها در سطح دو و سه چارچوب ارزیابی شدند. در مقایسه عملکرد دانش‌آموزان پایه‌های نهم و هفتم نسبت به دانش‌آموزان پایه هشتم عملکرد بهتری در حل مسئله از خود نشان دادند.

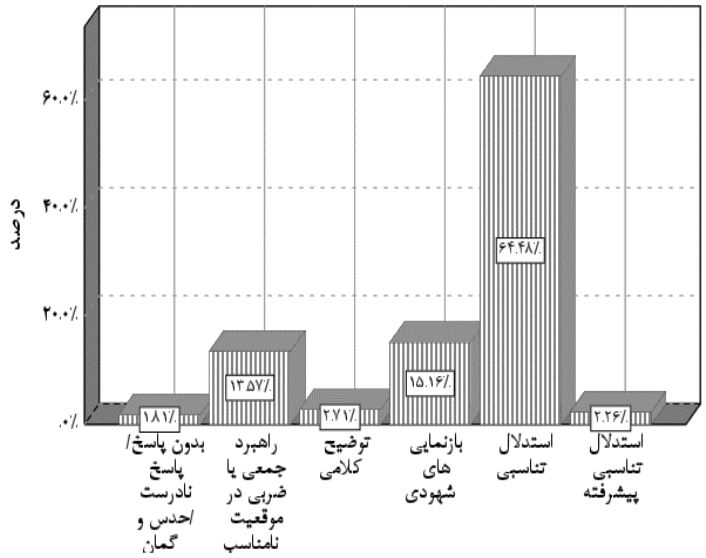
سؤال دوم: برای تهیه یک کلوچه, باید ۴ فنجان شکر و ۱۰ فنجان آرد را مخلوط کنید. فاطمه می‌خواهد مقدار بیشتری از این کلوچه را تهیه کند. اگر او دو فنجان شکر هم اضافه کند، چند فنجان آرد نیاز خواهد داشت؟ پاسخ خود را توضیح دهید(محقق ساخته).

هدف سؤال: این سؤال در قالب مسئله‌ای تناسبی از نوع مقدار مجهول و بر اساس موقعیت مسئله‌ای در دنیای واقعی و زندگی روزمره با هدف بررسی توانایی دانش آموزان در تشخیص ماهیت ضربی مسئله تهیه شده است.

جدول شماره ۵ و شکل ۳، فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست را در سؤال یک نشان می‌دهد.

جدول ۵. فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست مربوط به سؤال دو

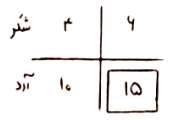
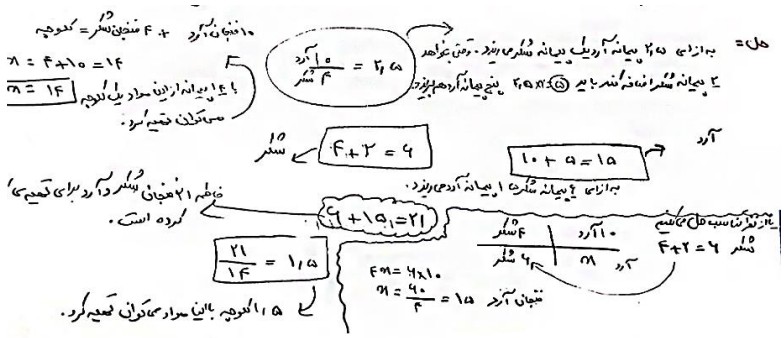
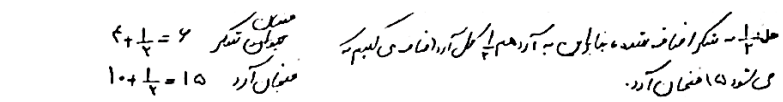
پاسخ‌ها	فراوانی	درصد فراوانی
نادرست	۸۰	٪۱۸/۱
درست	۳۶۲	٪۸۱/۹

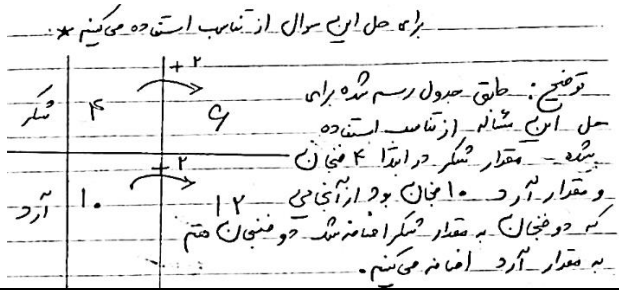


شکل ۳. درصد فراوانی هر یک از سطوح حل مسئله در سؤال دو

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود از بین ۴۴۲ دانش‌آموز ۳۶۲ دانش‌آموز به این سؤال پاسخ درست (۸۱,۹٪) و ۸۰ نفر از آن‌ها پاسخ نادرستی داده‌اند (۱۸,۱٪). در مقایسه پایه‌های هفتم و هشتم و نهم عملکرد دانش‌آموزان با افزایش پایه تحصیلی افزایش یافته است. به‌گونه‌ای که به ترتیب دانش‌آموزان نهم، هشتم و هفتم بهترین عملکرد را در حل این سؤال از خود نشان دادند که این موضوع می‌تواند نمایانگر توسعه استدلال تناسبی دانش‌آموزان طی سال‌های هفتم تا نهم باشد.

جدول ۶. نمونه پاسخ‌های دانش‌آموزان مربوط به سؤال دو

پاسخ	نمونه پاسخ دانش‌آموزان به این سؤال	سطوح
		سطح پنج
درست		سطح شش
		سطح چهار
نادرست	ابتدا می‌گوییم ۴ تا ۱۰ با هم ۶ عدد اختلاف دارند پس اگر ۲ لیوان شکر اضافه کنیم مـی‌شـود ۶ پس حتماً ۱۲ لیوان آرد نیاز خواهیم داشت. ۴+۲= شکر ۱۰+۲= آرد زیرا تعداد ثابت است پس هر تعداد که به شکر اضافه می‌کنیم باید به آرد نیز اضافه کنیم. چون به میزان۲,۵ برابر شکر آرد مصرف شده، برای تهیه بیشتر کلوچه میزان افزایش ۲,۵ برابر خوهد بود. پس میزان آرد برابر است با : لیوان ۲۵= ۱۲×۲,۵	سطح دو



با بررسی پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان در این سؤال بر اساس سطوح حل مسئله می‌توان مشاهده کرد که درصد قابل‌توجهی از پاسخ‌های دانش آموزان(٪۶۴/۵) به این سؤال در سطح استدلال تناسبی قرار می‌گیرد. نمودار ۲ صحت این مطلب را نشان می‌دهد. بااین‌وجود درصد قابل‌توجهی از پاسخ‌ها در سطح دو قرار داشتند (٪۱۳,۶) یعنی این دانش‌آموزان با تفکر جمعی به سؤال پاسخ داده بودند. این موضوع نمایانگر عدم درک ماهیت ضربی مسئله و حل مسئله با رویکرد جمعی نادرست است که منجر به درصد بیشتر پاسخ‌های نادرست در حل این سؤال شده است. همچنین (٪۱۵,۲) از دانش‌آموزان با استفاده از بازنمایی‌های شهودی همچون مدل‌سازی یا ارائه توضیح، اقدام به رساندن منظور خود با استفاده از استدلال کلامی شده‌اند که از سطح پایین‌تری نسبت به سطح استدلال تناسبی برخوردار می‌باشند (سطح چهار). تعدادی از پاسخ‌ها (٪۲,۳) نیز در سطح ششم (استدلال تناسبی پیشرفته) قرار داشتند که این پاسخ‌ها نمایانگر درک کامل این دانش‌آموزان از نرخ و تناسب و ارائه چندین راهبرد به هنگام حل سؤال بود.

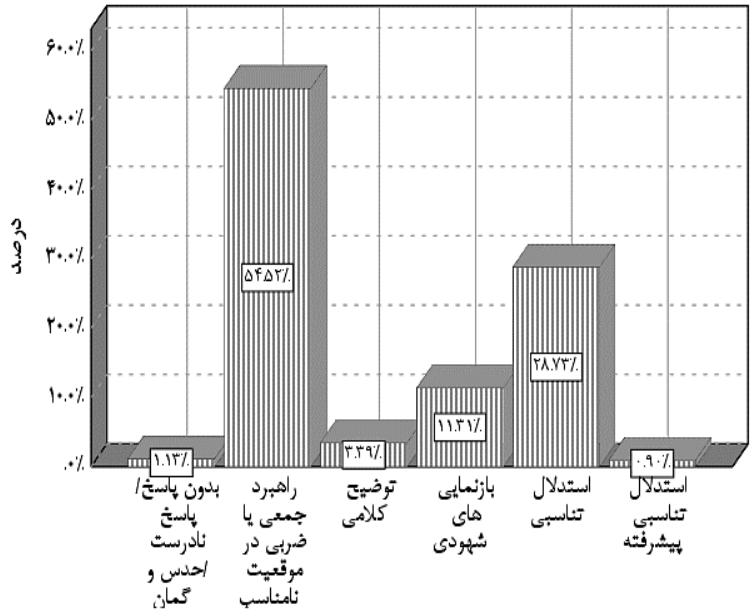
سؤال سوم: علی در ساعت ۸ و محسن ۳۰ ثانیه بعد با سرعت یکسان شروع به دویدن در یک مسیر دایره‌ای شکل می‌کنند. این را می‌دانیم که وقتی محسن ۲۰۰ متر دویده باشد علی ۳۰۰ متر دویده است. با توجه به این اطلاعات وقتی‌که محسن ۴۰۰ متر دویده باشد، علی چند متر دویده است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

هدف سؤال: سؤال سوم در قالب مسئله‌ای غیرتناسبی و جمعی از نوع مقدار مجهول و با هدف بررسی توانایی دانش‌آموزان در تشخیص و تمیز موقعیت‌های ضربی و جمعی از یکدیگر با به‌کارگیری ضرایب با نسبت صحیح در مسئله

همان‌طور که در جدول ۷ دیده می‌شود از بین ۴۴۲ دانش‌آموز ۲۶۱ دانش‌آموز به این سؤال پاسخ نادرستی داده‌اند (۵۹٪) و ۱۸۱ نفر از آن‌ها پاسخ درست داده‌اند (۴۱٪). فراوانی پاسخ‌های نادرست در این سؤال بسیار زیاد بود.

جدول ۷. فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست مربوط به سؤال سه

پاسخ‌ها	فراوانی	درصد فراوانی
نادرست	۲۶۱	٪۵۹
درست	۱۸۱	٪۴۱



شکل ۴. درصد فراوانی هر یک از سطوح حل مسئله در سؤال سه

در مقام مقایسه پایه‌ها، دانش‌آموزان پایه‌های نهم و هفتم از دانش‌آموزان پایه هشتم عملکرد بهتری در حل این سؤال از خود نشان دادند و دانش‌آموزان پایه نهم نسبت به سایر پایه‌ها بهترین عملکرد را داشتند.

جدول ۸. نمونه پاسخ‌های دانش‌آموزان مربوط به سؤال سه

پاسخ	نمونه پاسخ دانش آموزان به این سؤال	سطوح
درست	ما می‌دانیم سرعت علی و محسن یکسان است و علی ۳۰ ثانیه زودتر از محسن حرکت کرده است. می‌دانیم اگر محسن ۲۰۰ متر دویده باشد علی۳۰۰ متر دویده است و چون سرعت آن‌ها برابر است، فاصله بین آن‌ها همواره ۱۰۰ متر خواهد بود و اگر محسن ۴۰۰ متر دویده باشد پس علی ۵۰۰ متر دویده است. ۱۰۰= ۲۰۰–۳۰۰= اختلاف بین محسن و علی ۵۰۰=۴۰۰+۱۰۰	سطح پنج
نادرست	مضارب دویست:۲۰۰و۴۰۰و۶۰۰و۸۰۰و۱۰۰۰و... مضارب سیصد:۳۰۰و۶۰۰و۹۰۰و۱۲۰۰و... جواب میشود ششصد چون ۴۰۰ دومین مضرب ۲۰۰ است و دومین مض میشود ۶۰۰	سطح سه
	حل: نسبت مسافت طی شده محسن به علی ۲/۳ است که می‌توانیم ۴۰۰/x را مساوی با آن قرار دهیم و از طریق طرفین وسطین، x را بیابیم. 2x=1200 x=600 محسن/علی = 200/300 = 2/3 = 400/x ×600	سطح دو
	۳- چون مسافت محسن دوبرابر شده مسافت علی باید دوبرابر شود	
	چون سرعت هر دو یکسان است، پس مسافت طی شده برای هردو برابر است.	سطح یک

با بررسی پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان در این سؤال بر اساس سطوح حل مسئله می‌توان مشاهده کرد که برخلاف سؤالات دیگر درصد قابل‌توجهی از پاسخ‌های دانش‌آموزان (۵۴/۵ ٪) به این سؤال در سطح راهبرد ضربی در موقعیت نامناسب قرار می‌گیرد و تنها ۲۸/۷ ٪ پاسخ‌ها در سطح استدلال تناسبی قرار می‌گیرند. ریشه این نتیجه را می‌توان در چند عامل جستجو کرد؛ اول، عدم توجه و دقت کافی دانش آموزان به روابط بین متغیرها و داده‌های مسئله در مسائل کلامی؛ جایی که دانش‌آموزان به‌جای این‌که مسئله را به‌خوبی درک کنند، صرفاً به اعداد و متغیرهای مسئله و صحیح یا گویا بودن آن‌ها توجه می‌کنند. ون دورن و همکاران (۲۰۱۶) صحت این موضوع را

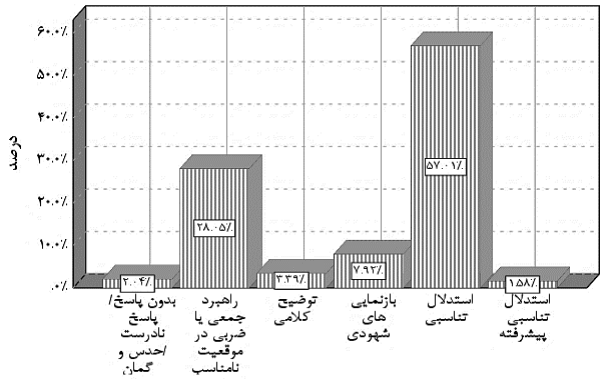
درباره توجه صرف دانش‌آموزان به متغیرهای مسائل کلامی بیان کرده‌اند. دوم، صحیح یا گویا بودن نسبت متغیرهای موجود در مسئله تأثیر به‌سزایی در شکل‌گیری تفکر تناسبی دانش‌آموزان دارد. همان‌طور که ون دورن و همکاران (۲۰۱۶) در پژوهش خود به تأثیر این عامل در عملکرد حل مسئله تناسبی پرداخته‌اند و به این نتیجه رسیدند که اگر متغیرهای مسئله از نوع صحیح باشند یا ضریب صحیحی از یکدیگر باشند این موضوع دانش‌آموزان را به سمت تفکر ضربی سوق می‌دهد؛ حتی اگر مسئله از نوع غیرتناسبی یا جمعی باشد (ص۲۱۵). در این پژوهش نیز یکی از علل انتخاب این سؤال بررسی همین موضوع بود که مشاهده گردید بااینکه ماهیت این مسئله جمعی بود بیشتر دانش‌آموزان بدون درک رابطه بین تعداد دورهای زده شده علی و محسن و با استفاده از تفکر ضربی بجای تفکر جمعی به‌به پاسخ نادرست رسیده‌اند و این عامل تأثیر به‌سزایی در عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان به‌جای گذاشت. وجود اعداد ۲۰۰ و ۴۰۰ دانش‌آموزان را به‌به این واداشت که نسبت دوبه‌یک بین متغیرهای مسئله وجود دارد بنابراین درصد فراوانی زیادی از پاسخ‌ها به سطح دوم و پاسخ‌های نادرست تعلق پیدا کردند.

سؤال چهارم: یک لباس ۱۰۰ دقیقه طول می‌کشد تا خشک شود. چقدر طول می‌کشد تا ۵ دست از همین لباس با هم خشک شوند؟ پاسخ خود را توضیح دهید (محقق ساخته)

هدف سؤال: سؤال چهارم در قالب مسئله ای غیرتناسبی و ثابت و از نوع استدلال کیفی با هدف بررسی توانایی دانش‌آموزان در تشخیص و تمیز ماهیت غیر تناسبی مسئله از نوع مسئله ثابت

جدول ۹. فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست مربوط به سؤال چهار

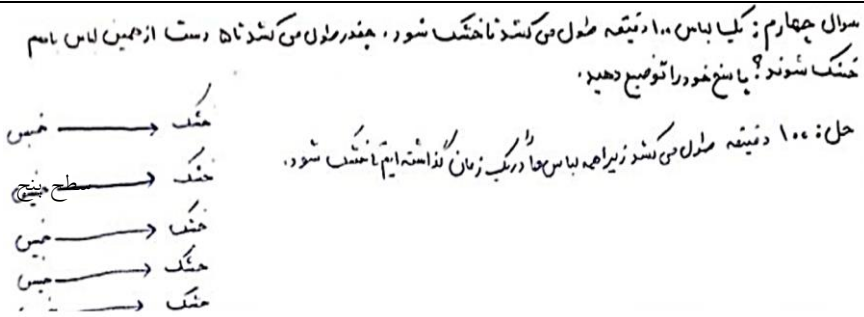
پاسخ‌ها	فراوانی	درصد فراوانی
نادرست	۱۴۸	٪۳۳/۵
درست	۲۹۴	٪۶۶/۵



شکل ۵. درصد فراوانی هر یک از سطوح حل مسئله در سؤال چهار

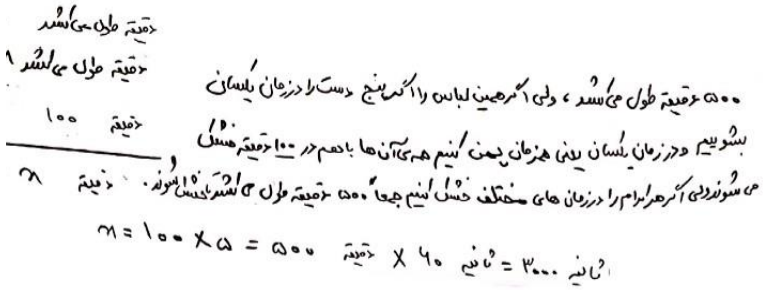
همان‌طور که در جدول ۹ دیده می‌شود از بین ۴۴۲ دانش‌آموز ۲۹۴ دانش‌آموز به این سؤال پاسخ درستی داده‌اند (۶۶,۵٪) و ۱۴۸ نفر از آن‌ها پاسخ نادرستی داده‌اند (۳۳,۵٪). بنابراین عملکرد دانش-آموزان را در این سؤال می‌توان در سطح استدلال تناسبی ارزیابی کرد. در مقایسه پایه‌ها دانش‌آموزان هفتم و نهم عملکرد بهتری از دانش‌آموزان هشتم در حل این سؤال داشتند و میزان پاسخ‌های درست آن‌ها بیشتر از پایه هشتم و میزان پاسخ‌های نادرست آن‌ها کمتر از پایه هشتم در این سؤال است. همچنین دانش‌آموزان پایه نهم عملکرد بهتری نسبت به سایر پایه‌ها در حل این سؤال داشتند.

جدول ۱۰. نمونه پاسخ‌های دانش‌آموزان مربوط به سؤال چهار

پاسخ	نمونه پاسخ دانش آموزان به این سؤال	سطوح
درست		

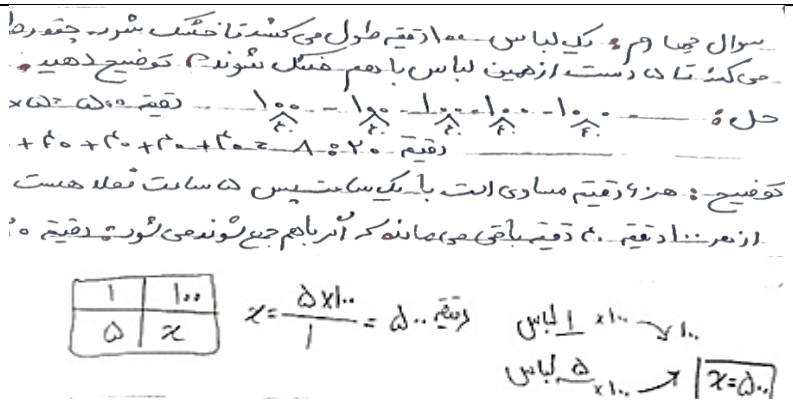
همان مقدار طول می‌کشد اما چرا؟ چون مقدار گرما محیط کاهش پیدا نمی‌کند و اثرش بر روی تمام لباس‌ها یکسان است. پس ۵ دست لباس هم ۱۰۰ دقیقه طول می‌کشد و در ضمن جنس لباس‌ها هم یکی است.

سطح چهار



نادرست

سطح دو



سطح یک

وقتی هر دست لباس ۱۰۰ دقیقه طول بکشد تا خشک شود پس داریم $100 \div 5 = 20$ پس ۲۰ دقیقه طول می‌کشد.

بنا بر نظر ون دورن و همکاران (۲۰۱۶) مسائل خنثی از انواع مسائل غیرتناسبی هستند که در آن‌ها نه رابطه جمعی بین متغیرها و کمیت‌های مسئله وجود دارد نه رابطه ضربی. این سؤال از نوع خنثی طرح شده بود به همین علت در تکالیف آزمون قرار داده شد تا توانایی دانش‌آموزان متوسطه اول را در تشخیص این نوع مسائل بسنجد که با بررسی پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان در این سؤال بر اساس سطوح حل مسئله مشاهده شد که ۵۷٪ پاسخ‌های دانش‌آموزان به این سؤال سطح استدلال تناسبی قرار می‌گیرد؛ اما بااین‌وجود ۲۸/۱٪ دانش‌آموزان در حل این سؤال با عدم درک

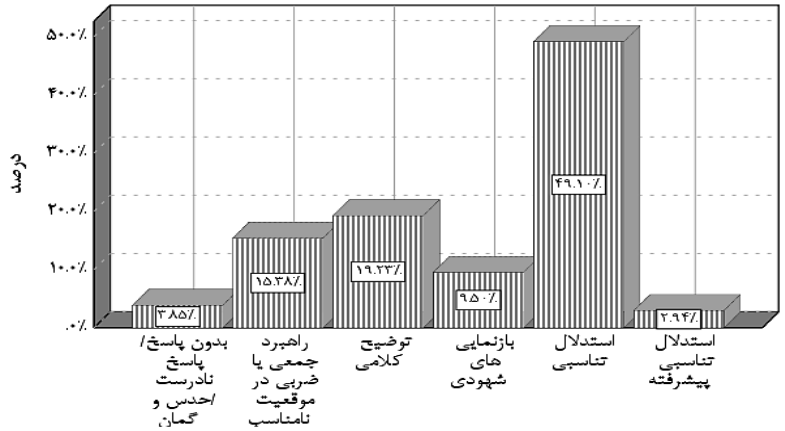
ماهیت ضربی مسئله از راهبرد جمعی در موقعیت نامناسب استفاده کردند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت دانش آموزان در تشخیص مسائل تناسبی از نوع ثابت با ثبت درصد فراوانی پاسخ‌های درست ۶۶,۵٪ و پاسخ‌های نادرست ۳۳,۵ ٪ که عمدتاً از نوع تفکر ضربی در موقعیت نامناسب بودند. شکل ۶، درستی این مطلب را نشان می‌دهد.

سؤال پنجم: در مقایسه آمار مبتلایان به ویروس کرونا در دو کشور با جمعیتی به ترتیب ۲۰ میلیون نفر و ۳۰ میلیون نفر، تعداد مبتلایان در کشور اول یک‌میلیون و پانصد هزار نفر و در کشور دوم، دو میلیون نفر شناسایی‌شده‌اند. کدام کشور وضعیت بدتری ازنظر آلودگی به ویروس کرولا دارد؟ پاسخ خود را توضیح دهید(محقق ساخته)

هدف سؤال: سؤال پنجم در قالب مسئله‌ای تناسبی از نوع مقایسه عددی بر اساس موقعیت متناسب با شرایط و وضعیت ویژه جامعه ازنظر بیماری کووید ۱۹ و با هدف بررسی توانایی دانش‌آموزان در تشکیل نرخ، مقایسه نرخ‌ها و بررسی تفکر ضربی دانش‌آموزان طراحی شده است.

جدول ۱۱. فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های مربوط به سؤال پنج

پاسخ‌ها	فراوانی	درصد فراوانی
نادرست	۱۷۰	٪۳۸/۵
درست	۲۷۲	٪۶۱/۵

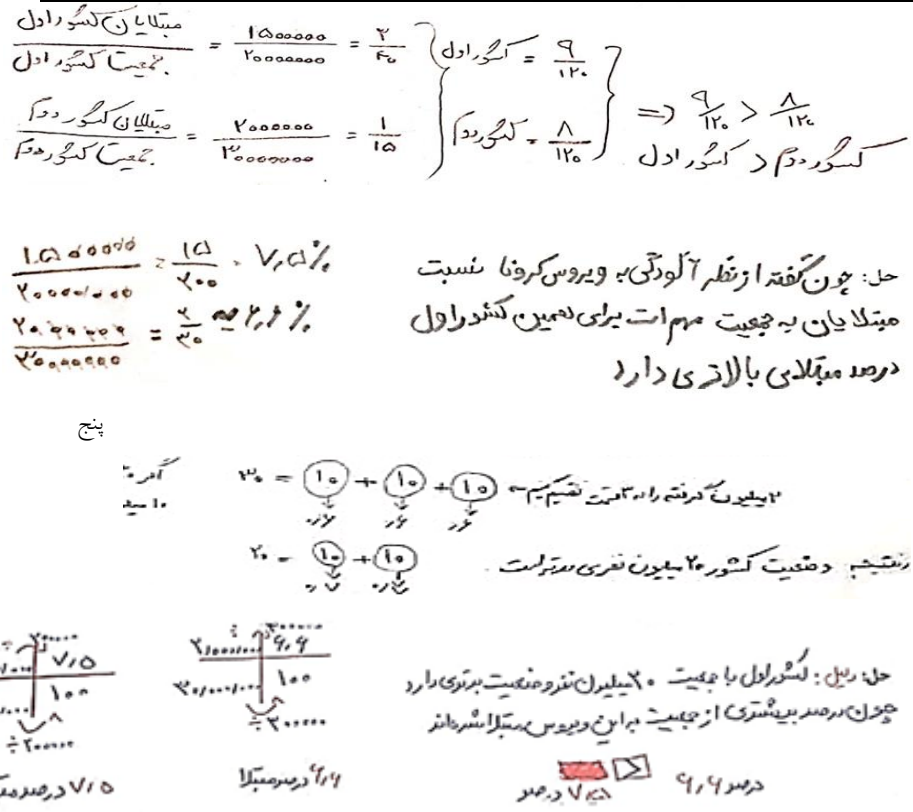
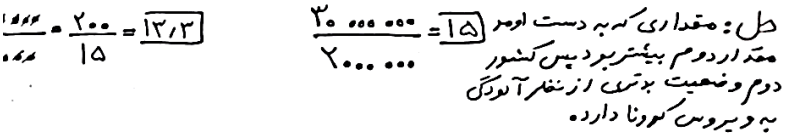


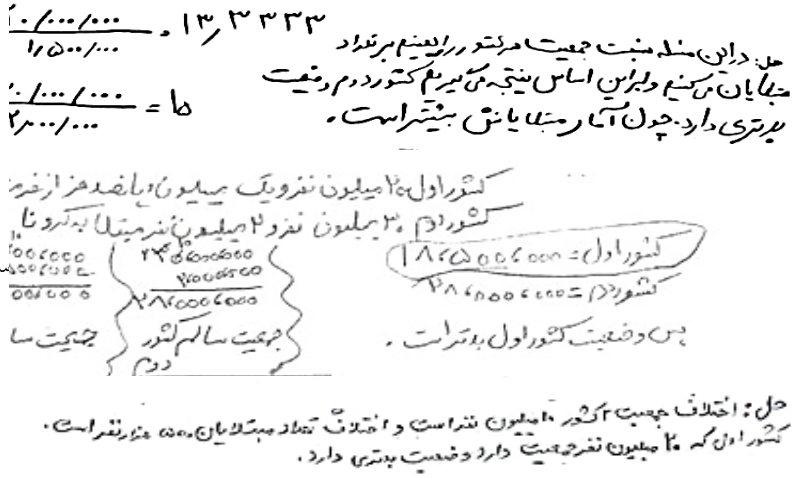
شکل ۶. درصد فراوانی هر یک از سطوح حل مسئله در سؤال پنج

همان‌طور که در جدول ۱۱ دیده می‌شود از بین ۴۴۲ دانش‌آموز ۲۷۲ دانش‌آموز (۳۸,۵٪) به این سؤال پاسخ درستی داده‌اند و ۱۷۰ دانش‌آموز (۶۱,۵٪) پاسخ نادرستی داده‌اند. در مقایسه پای‌های هفتم و هشتم و نهم عملکرد دانش‌آموزان با افزایش پایه تحصیلی افزایش یافته است. به‌گونه‌ای که به ترتیب دانش‌آموزان نهم و هشتم و هفتم بهترین عملکرد را در حل این سؤال از خود نشان دادند. با بررسی پراکندگی پاسخ‌های دانش آموزان در این سؤال بر اساس سطوح حل مسئله می‌توان مشاهده کرد که ۴۹/۱ ٪ دانش‌آموزان به این سؤال در سطح استدلال تناسبی قرار می‌گیرد.

سؤال پنجم از نوع مقایسه عددی است و دانش‌آموزان برای مقایسه وضعیت دو کشور ازنظر ابتلا به بیماری دانش‌آموزان از روش‌های مختلفی اقدام به مقایسه نمودند ازجمله تشکیل نرخ، مقایسه درصد مبتلایان، مقایسه کسرها و غیره. می‌توان گفت دانش‌آموزان در حل این سؤال عملکرد متوسطی از خود نشان داده‌اند. ۳۸,۵٪ درصد پاسخ‌ها نادرست بودند که عمدتاً ناشی از درک ناکافی از مفهوم نرخ، تشکیل درصد نادرست و مقایسه نادرست کسرها بودند. البته درصد قابل‌توجهی از دانش‌آموزان (۱۵,۴٪) نیز به ماهیت ضربی مسئله پی نبرده بودند و صرفاً با تمرکز بر فواصل جمعی اعداد و مقایسه مبتلایان به پاسخ نادرستی رسیده بودند که در سطح ۲ طبقه‌بندی شدند.۱۹,۲ ٪ از پاسخ‌های دانش‌آموزان به این سؤال در سطح سه یعنی سطح توضیح کلامی قرار می‌گیرد؛ این بدین معنا است که آن‌ها ماهیت ضربی مسئله را درک کرده‌اند؛ اما در انتخاب راه درست برای استدلال درباره رابطه بین متغیرهای مسئله موفق نبوده‌اند. نکته قابل‌توجه این بود که چون این سؤال متناسب با شرایط جامعه و درباره موضوعی طرح گردیده بود که جامعه و دانش‌آموزان با آن درگیر بودند، بیشتر دانش‌آموزان با این سؤال ارتباط خوبی برقرار کرده بودند و تنوع و فراوانی پاسخ‌ها قابل‌توجه بودند. سهم سایر سطوح عملکرد دانش‌آموزان در شکل ۶ قابل‌مشاهده است.

جدول ۱۲. نمونه پاسخ‌های دانش‌آموزان مربوط به سؤال پنج

پاسخ	نمونه پاسخ دانش آموزان به این سؤال	سطوح
درست		پنج
نادرست	کشور ۲۰ میلیون نفری. وضعیت بدتری دارد. چون برای هر ۱۰ میلیون نفر ۷۵۰ هزار نفر آلوده شده‌اند؛ ولی در کل کشور ۳۰ میلیون نفری ازهر ده میلیون نفر ۷۰۰ هزار نفر آلوده‌شده‌اند.	سطح چهار
نادرست		سطح سه



سطح دو

حل: اختلاف جمعیت دو کشور ۱۰ میلیون نفر است و اختلاف تعداد مبتلایان ۵۰۰ هزار نفر است کشور اول که بیست میلیون نفر جمعیت دارد وضعیت بدتری دارد.

سطح دو

حل: اختلاف جمعیت دو کشور ۱۰ میلیون نفر است و اختلاف تعداد مبتلایان ۵۰۰ هزار نفر است کشور اول که بیست میلیون نفر جمعیت دارد وضعیت بدتری دارد.

به‌طورکلی با توجه به نتایج حاصل از تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون مشاهده می‌شود که دانش آموزان در پاسخ‌دهی به سؤالات آزمون از راهبردهای مختلف حل مسئله استفاده نموده‌اند و برخی از مشکلات آن‌ها مربوط به عدم توانایی در تشخیص راهبرد مناسب حل مسئله یا ناتوانی در به‌کارگیری راهبرد مناسب بود؛ به‌طور مثال عدم دقت به مفروضات مسئله، حل مسئله با تکیه‌بر حدس و بدون ارائه استدلال، درک ناکافی از مفهوم نرخ، مقایسه نادرست کسرها، بدفهمی در مفهوم درصد و نحوه به‌کارگیری آن و غیره. حتی مشاهده شد برخی در تشکیل جدول تناسب نیز دچار مشکل شده بودند. از سوی دیگر بخش عمده‌ای از پاسخ‌های نادرستی که دانش‌آموزان به سؤالات آزمون ارائه کردند، مربوط به عدم درک ماهیت مسئله است؛ چراکه درک ماهیت یک مسئله اولین گام در مسیر حل مسئله است. همان‌طور که در نمونه پاسخ‌های دانش‌آموزان در صفحات قبل مشاهده گردید بخش قابل‌توجهی از دانش‌آموزان مسائل ضربی را با راهبرد جمعی پاسخ داده بودند و بالعکس. پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان به سؤالات آزمون ارائه دادند پس از بررسی دقیق و تحلیل،

متناسب با میزان درک مسئله ازنظر جمعی یا ضربی یا ثابت بودن و همچنین نحوه استدلال و به‌کارگیری راهبردهای حل مسئله در موقعیت مناسب و رسیدن به هدف مسئله در هر یک از شش سطح از چارچوب نظری پژوهش طبقه‌بندی شدند. پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان متناسب با معیارهایی که اشاره شد در سطوح چهار تا شش و به طریق مشابه پاسخ‌های نادرست در سطوح یک تا سه طبقه‌بندی شدند. نتایج نشان داد بیشتر پاسخ‌ها در سطح پنج (استدلال تناسبی) معنادار بودند.لازم به ذکر است که بخش قابل‌توجهی از پاسخ‌ها در سطح دو قرار داشت که نمایانگر عدم درک یا درک ناکافی دانش‌آموزان از ماهیت ضربی یا جمعی یا ثابت مسائل تناسبی بود. هر یک از سطوح دیگر نیز در پاسخ‌ها سهیم بودند و کمترین سطح ازنظر فراوانی پاسخ‌های تعلق‌گرفته، سطح شش (استدلال تناسبی پیشرفته) بود؛ چراکه تعداد پاسخ‌های بسیار اندکی مشاهده گردید که درک بالای دانش‌آموزان از مفاهیم مرتبط با تناسب را نشان دهد یا اتخاذ چندین راهبرد حل مسئله درست را در خود جای‌داده باشد.

به‌طورکلی با توجه به نتایج حاصل از تحلیل پاسخ‌ها به سؤالات آزمون مشاهده می‌شود که دانش‌آموزان در پاسخ‌دهی به سؤالات آزمون از راهبردهای مختلف حل مسئله استفاده نموده‌اند و برخی از مشکلات آن‌ها مربوط به عدم توانایی در تشخیص راهبرد مناسب حل مسئله یا ناتوانی در به‌کارگیری راهبرد مناسب بود (جدول ۱۲).

به‌طور مثال عدم دقت به مفروضات مسئله، حل مسئله با تکیه‌بر حدس و بدون ارائه استدلال، درک ناکافی از مفهوم نرخ، مقایسه نادرست کسرها، بدفهمی در مفهوم درصد و نحوه به‌کارگیری آن و غیره. حتی مشاهده شد برخی در تشکیل جدول تناسب نیز دچار مشکل شده بودند. از سوی دیگر بخش عمده‌ای از پاسخ‌های نادرستی که دانش آموزان به سؤالات آزمون ارائه کردند، مربوط به عدم درک ماهیت مسئله است؛ چراکه درک ماهیت یک مسئله اولین گام در مسیر حل مسئله است. همان‌طور که در نمونه پاسخ‌های دانش‌آموزان در صفحات قبل مشاهده گردید بخش قابل‌توجهی از دانش‌آموزان مسائل ضربی را با راهبرد جمعی پاسخ داده بودند و بالعکس. پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان به سؤالات آزمون ارائه دادند پس از بررسی دقیق و تحلیل، متناسب با میزان درک مسئله ازنظر جمعی یا ضربی یا ثابت بودن و همچنین نحوه استدلال و به‌کارگیری

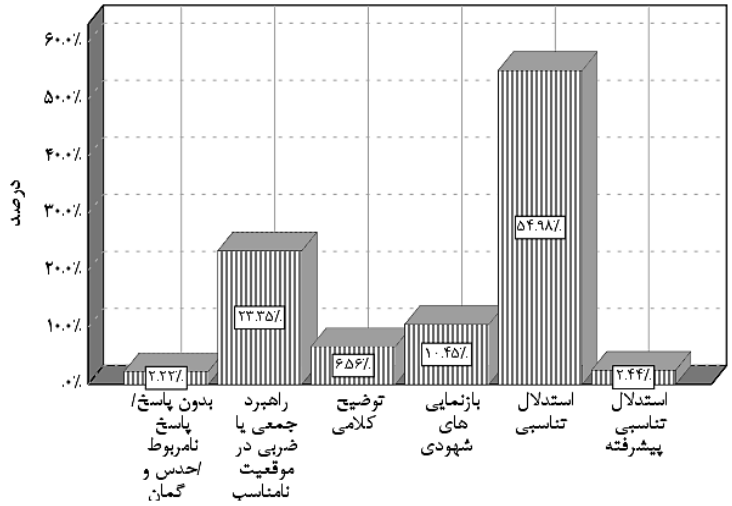
راهبردهای حل مسئله در موقعیت مناسب و رسیدن به هدف مسئله در هر یک از شش سطح از چارچوب نظری پژوهش طبقه‌بندی شدند. پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان متناسب با معیارهایی که اشاره شد در سطوح چهار تا شش و به طریق مشابه پاسخ‌های نادرست در سطوح یک تا سه طبقه‌بندی شدند که مشاهده شد بیشتر پاسخ‌ها در سطح پنج (استدلال تناسبی) معنادار بودند. البته لازم به ذکر است که بخش قابل‌توجهی از پاسخ‌ها در سطح دو قرار داشت که نمایانگر عدم درک یا درک ناکافی دانش‌آموزان از ماهیت ضربی یا جمعی یا ثابت مسائل استدلال تناسبی بود. هر یک از سطوح دیگر نیز در پاسخ‌ها سهیم بودند و کمترین سطح ازنظر فراوانی پاسخ‌های تعلق‌گرفته، سطح شش (استدلال تناسبی پیشرفته) بود؛ چراکه تعداد پاسخ‌های بسیار اندکی مشاهده گردید که درک بالای دانش‌آموزان از مفاهیم مرتبط با تناسب را نشان دهد یا اتخاذ چندین راهبرد حل مسئله درست را در خود جای‌داده باشد.

بررسی و تحلیل کمی عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی

در این بخش با استفاده از داده‌های آماری گردآوری‌شده، پس از کدگذاری داده‌ها و طبقه‌بندی آن‌ها مطابق با چارچوب پژوهش، محققین اقدام به بررسی فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های دانش‌آموزان به هر یک از سطوح پژوهش پرداختند. نتایج این بررسی‌ها در جدول ۱۳ و شکل ۷ قابل‌مشاهده است.

جدول ۱۳. درصد فراوانی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون به تفکیک سطوح چارچوب پژوهش

سطوح عملکرد حل مسئله	فراوانی	درصد فراوانی
بدون پاسخ /پاسخ نادرست/ حدس و گمان	۴۹	۲/۲
راهبرد جمعی یا ضربی در موقعیت نامناسب	۵۱۶	۲۳/۳
توضیح کلامی	۱۴۵	۶/۶
بازنمایی‌های شهودی	۲۳۱	۱۰/۵
استدلال تناسبی	۱۲۱۵	۵۵/۰
استدلال تناسبی پیشرفته	۵۴	۲/۴
مجموع پاسخ‌ها	۲۲۱۰	۱۰۰/۰



شکل ۷. درصد فراوانی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون به تفکیک سطوح چارچوب پژوهش

درمجموع با توجه به داده‌های شکل ۷ و پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به تفکیک سطوح چارچوب پژوهش مشاهده می‌شود که ۲,۲۲ درصد از پاسخ‌ها به سؤالات آزمون در سطح بدون پاسخ، پاسخ‌های نادرست و مبتنی بر حدس و گمان قرار دارند. ۵۴,۹۸ درصد پاسخ‌های دانش‌آموزان سؤالات آزمون سطح استدلال تناسبی قرارگرفته است و ۲۳,۳۵ درصد پاسخ‌های دانش‌آموزان در سطح راهبردهای جمعی و ضربی در موقعیت نامناسب قرار می‌گیرد.

همچنین هر یک از سطوح استدلال تناسبی پیشرفته، ۲,۴۴ ٪، بازنمایی‌های شهودی ۱۰,۴۵ ٪ و توضیح کلامی ۶,۵۶ ٪ از پاسخ‌ها را به خود اختصاص می‌دهند. لذا می‌توان به این نتیجه رسید که عملکرد بیشتر دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی در سطح استدلال تناسبی معنادار بود. نتیجه قابل‌تأمل این است که درصد قابل‌توجهی از پاسخ‌ها (۲۳,۳۵ درصد) به تکالیف آزمون در سطح دوم (راهبرد جمعی یا ضربی در موقعیت نامناسب) قرار داشت که این موضوع می‌تواند به عدم توانایی دانش‌آموزان در تمیز موقعیت‌های تناسبی از غیرتناسبی و استفاده نابجا از استدلال تناسبی در موقعیت‌های جمعی و ضربی باشد که بنا بر ویلند و همکاران (۲۰۲۰) لیندا و همکاران (۲۰۱۱) لوباتو و همکاران (۲۰۱۰) و لامون (۲۰۲۰) یکی از مهم‌ترین نقاط ضعف دانش‌آموزان

متوسطه اول در مواجه با مسائل استدلال تناسبی است. ریشه این موضوع را می‌توان در عـدم درک روابط جمعی یا ضربی موجود بین متغیرهای مسئله و درک ناکـافی از مفـاهیمی چـون نسـبت‌هـا، کسرها، نرخ و تناسب دانست (ون دورن، ۲۰۱۶؛ بن چایم و همکاران، ۱۹۹۸؛ لش، پست و بهـر[1]، ۱۹۸۸؛ کرامر و پست، ۲۰۱۷).

جدول ۱۴. فراوانی پاسخ‌های دانش آموزان به تفکیک سه عامل پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه به تکالیف آزمون مطابق با سطوح عملکرد حل مسئله برگرفته از چارچوب پژوهش

عملکرد حل مسئله به تفکیک سطوح چارچوب نظری	فراوانی پاسخ‌ها							مجموع پاسخ‌ها
	پایه تحصیلی			جنسیت		نوع مدرسه		
	هفتم	هشتم	نهم	دختر	پسر	عادی	تیزهوشان	
بدون پاسخ، پاسخ نادرست حدس و گمان	۱۷	۲۰	۱۲	۱۲	۳۷	۴۷	۲	۴۹
راهبرد جمعی یا ضربی در موقعیت نامناسب	۱۶۰	۱۵۷	۱۹۹	۲۲۷	۲۸۹	۴۷۵	۴۱	۵۱۶
توضیح کلامی	۴۴	۴۹	۵۲	۶۱	۸۴	۱۳۶	۹	۱۴۵
بازنمایی‌های شهودی	۶۳	۵۵	۱۱۳	۶۴	۱۶۷	۲۱۶	۱۵	۲۳۱
استدلال تناسبی	۳۰۷	۳۴۴	۵۶۴	۵۱۳	۷۰۲	۱۱۱۷	۹۸	۱۲۱۵
استدلال تناسبی پیشرفته	۱۴	۱۰	۳۰	۱۸	۳۶	۴۹	۵	۵۴
مجموع پاسخ‌ها	۶۰۵	۶۳۵	۹۷۰	۸۹۵	۱۳۱۵	۲۰۴۰	۱۷۰	۲۲۱۰
	۲۲۱۰			۲۲۱۰		۲۲۱۰		

بررسی تأثیر عوامل پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه بر عملکرد حل مسئله تناسبی

اهداف فرعی این پژوهش بررسی تأثیر سه عامل مهم یعنی پایهٔ تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه‌ای که دانش‌آموزان متوسطه اول در آن مشغول به تحصـیل بودنـد (مـدارس عـادی و تیزهوشـان) بـر

1 . Lesh, Post & Behr

عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی بود. همچنین معناداری این تأثیر بر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان در سطح اطمینان ۹۵ درصد- مطابق با چارچوب پژوهش که توسط مؤلفین و بر اساس ادبیات پژوهش تهیه و تنظیم شده بود- موردبررسی قرار گرفت. اکنون به بررسی نتایج تأثیر هریک از عوامل به تفکیک پرداخته می‌شود. نتایج حاصل از بررسی عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان متوسطه اول در مسائل استدلال تناسبی به تفکیک سه عامل پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه در جدول ۱۴ قابل‌مشاهده است. در این جدول فراوانی پاسخ‌های دانش‌آموزان به تکالیف آزمون طی گردآوری داده‌ها به تفکیک سه عامل پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه قرار داده‌شده است که سهم هر یک از سطوح چارچوب نظری پژوهش از مجموع ۲۲۱۰ پاسخ ثبت‌شده قابل‌رؤیت هستند.

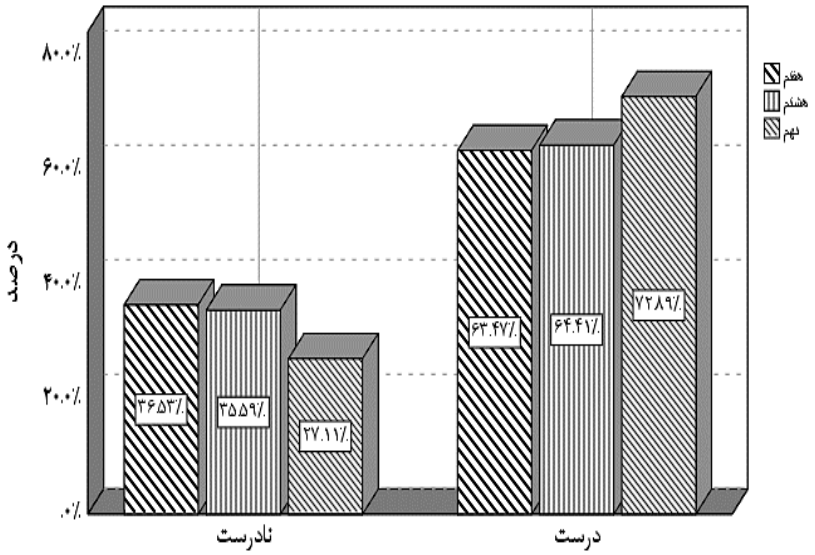
تأثیر پایه تحصیلی بر عملکرد حل مسئله

بسیاری از پژوهش‌های انجام‌گرفته در حوزه آموزش ریاضی به بررسی تأثیر عامل پایه تحصیلی بر روی عوامل مختلف دیگر مانند توانایی حل مسئله، طرح مسئله، خلاقیت ریاضی، یادگیری و غیره پرداخته‌اند (به‌عنوان نمونه حق‌جو و ریحانی، ۱۴۰۰). انتظار می‌رود با افزایش پایه تحصیلی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان افزایش یابد. البته در ادبیات پژوهشی حوزه آموزش ریاضی، مواردی مشاهده‌شده است که با افزایش پایهٔ تحصیلی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان افت کرده است .به‌عنوان‌مثال می‌توان به پژوهش رفیع‌پور و گویا (۱۳۸۳) اشاره کرد، که در آن دانش‌آموزان پایه دوم و سوم راهنمایی به سؤالات مشترکی در زمینه‌های مختلف ریاضی پاسخ دادند. نتایج حاصل از مطالعه رفیع‌پور و گویا (۱۳۸۳) حاکی از آن بود که عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ دوم راهنمایی از عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه سوم راهنمایی بالاتر بوده است، چراکه دانش‌آموزان دوم راهنمایی در مواردی که آموزش رسمی ندیده بودند بیشتر از عقل سلیم خود استفاده می‌کردند و به یافته‌های خود از این طریق اطمینان داشتند. درحالی‌که دانش‌آموزان پایهٔ سوم راهنمایی بیشتر مایل بودند از الگوریتم‌ها و قواعد ریاضی که درهمان پایه آموخته بودند برای پاسخگویی به مسائل

استفاده کنند. چنین پدیده‌ای قبلاً نیز توسط هاوسون در جریان مطالعهٔ هشت کتابِ درسی مربوط به کشورهای شرکت‌کننده در تیمز ۱۹۹۵، پیش‌بینی‌شده بود (هاوسون، ۱۹۹۶). در این پژوهش توانایی هر یک از دانش‌آموزان پایه‌های هفتم و هشتم و نهم به تفکیک در حل مسائل دارای مفاهیم تناسبی (نسبت، تناسب، نرخ و غیره) با توجه به چارچوب پژوهش در شش سطح موردبررسی قرار گرفت درصد پاسخ‌های درست و نادرست دانش‌آموزان به تفکیک پایه تحصیلی در جدول ۱۵ قابل‌مشاهده است.

جدول ۱۵. فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست به تفکیک پایه تحصیلی

پایه تحصیلی	فراوانی		درصد فراوانی	
	درست	نادرست	درست	نادرست
هفتم	۳۸۴	۲۲۱	٪۶۳/۴۷	٪۳۶/۵۳
هشتم	۴۰۹	۲۲۶	٪۶۴/۴۱	٪۳۵/۵۹
نهم	۷۰۷	۲۶۳	٪۷۲/۸۹	٪۲۷/۱۱



شکل ۸. درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست به تفکیک پایه تحصیلی

با توجه شکل ۸ و نتایج جداول ۱۵ و ۱۶ می‌توان مشاهده کرد که بین پایه تحصیلی دانش‌آموزان و عملکرد آن‌ها ارتباط مستقیمی وجود دارد؛ به‌گونه‌ای که با افزایش پایه تحصیلی رشد توانایی حل مسئله تناسبی دانش‌آموزان روبرو هستیم. به‌منظور بررسی دقیق این ادعا از آزمون همبستگی اسپیرمن استفاده شده است.

جدول ۱۶. نتایج آزمون خی دو و آزمون همبستگی اسپیرمن برای رابطه بین پایه تحصیلی و عملکرد حل مسئله

آزمون	مقدار	معناداری (دوطرفه)	درجه آزادی
خی دو پیرسون	۱۰,۱۹۸	۰/۰۰۶	۱۰
ضریب همبستگی اسپیرمن	۰,۱۴۷	۰/۰۰۲	

با توجه به مقدار مثبت برای ضریب همبستگی اسپیرمن و همچنین مقدار معناداری این آزمون با سطح اطمینان ۹۵ درصد می‌توان این ادعا را کرد که بین عملکرد دانش‌آموزان متوسطه اول در حل مسائل استدلال تناسبی و پایه تحصیلی آن‌ها رابطه‌ی مستقیم و معنادار وجود دارد و فرضیهٔ صفر رد می‌شود. با توجه به نتایج عملکرد هر یک از دانش‌آموزان در مقاطع هفتم، هشتم و نهم مشاهده گردید که با افزایش پایه تحصیلی از هفتم تا نهم عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی نیز افزایش می‌یابد و توانایی استدلال تناسبی آن‌ها نیز توسعه پیدا می‌کند. بدین‌صورت که دانش‌آموزان پایه نهم هم میزان پاسخ‌های نادرست کمتری داشتند و هم درصد پاسخ‌هایی که در سطوح ۵ و ۶ یعنی استدلال تناسبی و استدلال تناسبی پیشرفته قرار می‌گرفت بیشتر بودند.

تأثیر جنسیت بر عملکرد حل مسئله

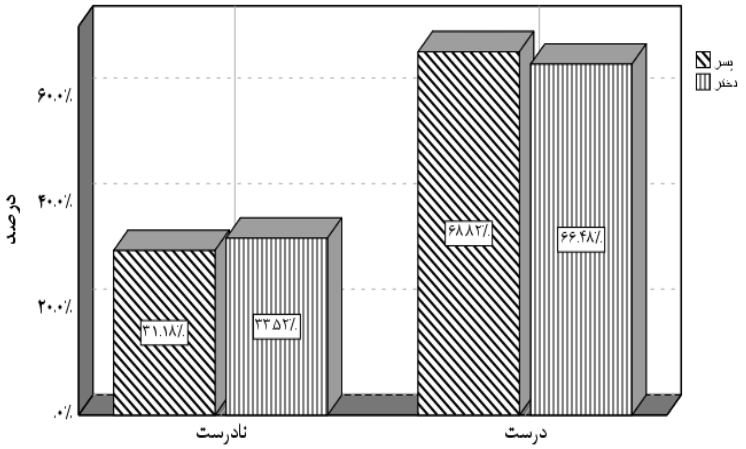
پژوهش‌های مختلفی در حوزهٔ آموزش ریاضی صورت گرفته است که وجود تفاوت جنسیتی در عملکرد دختران و پسران را گزارش کرده‌اند (به‌عنوان نمونه رفیع‌پور و جوکار، ۱۳۹۱). در بخش عمده‌ای از تحقیقات انجام‌شده در مورد بررسی تفاوت‌های جنسیتی در آموزش ریاضی، با استفاده از آزمون‌های استانداردشدهٔ عملکرد ریاضی دختران و پسران باهم مقایسه شده است. در ایالات متحدهٔ امریکا ارزیابی ملی پیشرفت تحصیلی برای مقایسهٔ عملکرد ریاضی دختران و پسران

به‌کاربرده شده است (چی، ویگرت و ترلکلد، ۲۰۱۲). برخی از محققین نیز اشاره می‌کنند که راهبردهای مختلف حل مسئلهٔ پسران و دختران ناشی از تفاوت‌های بین آن‌ها است. شاید حضور پررنگ‌تر عواطف و احساسات در دختران نیز، در حل مسئله نقش داشته باشد (گالاگر و دلیسی[1]، ۱۹۹۴). گوریان (۱۳۸۳) اظهار می‌دارد که پسران در زمینهٔ هوش منطقی- ریاضی وضع بهتری نسبت به دختران دارند و در مقایسه با دخترها بیشتر به این هوش متکی هستند. اما تلاش‌هایی که در بیست سال گذشته درزمینهٔ تقویت هوش ریاضی دختران به‌عمل‌آمده است، نتایج مطلوبی بر جای گذاشته است به‌طوری‌که در حال حاضر شاهد شکوفایی دختران در ریاضیات هستیم (فیروس[2]، ۱۹۹۹). در پژوهش حاضر با در نظر گرفتن نقش جنسیت، وجود یا عدم وجود تفاوت جنسیتی در حل مسائل استدلال تناسبی موردبررسی گرفته است. جدول ۱۷ و شکل ۹ رابطه بین جنسیت و عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی را نشان می‌دهند.

جدول۱۷. فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست به تفکیک جنسیت

	فراوانی		درصد فراوانی	
	پاسخ درست	پاسخ نادرست	پاسخ درست	پاسخ نادرست
پسر	۹۰۵	۴۱۰	٪۶۸/۸۲	٪۳۱/۱۸
دختر	۵۹۵	۳۰۰	٪۶۶/۴۸	٪۳۳/۵۲

1. Gallagher & DeLisi
2. Fierros



شکل ۹. درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست به تفکیک جنسیت

جدول ۱۸. نتایج آزمون خی دو و آزمون همبستگی اسپیرمن برای رابطه بین جنسیت و عملکرد حل مسئله

آزمون	مقدار	معناداری (دوطرفه)	درجه آزادی
خی دو پیرسون	۰,۶۴۸	۰,۲۴۷	۵
ضریب همبستگی اسپیرمن	۰,۳۸	۰,۴۲۲	

با توجه به شکل ۹ و نتایج جداول ۱۷و ۱۸ و مقدار ضریب به‌دست‌آمده می‌توان نتیجه گرفت که بین جنسیت دانش‌آموزان و عملکرد آن‌ها در حل مسائل استدلال تناسبی ارتباط معناداری وجود ندارد. به‌منظور بررسی دقیق این ادعا از آزمون همبستگی اسپیرمن استفاده شده است. با توجه به مقدار معناداری این آزمون با سطح اطمینان ۹۵ درصد این ادعا را کرد که بین عملکرد دانش‌آموزان متوسطه اول در حل مسائل استدلال تناسبی و جنسیت آن‌ها رابطه‌ی معناداری وجود ندارد و فرضیهٔ صفر تأیید می‌شود.

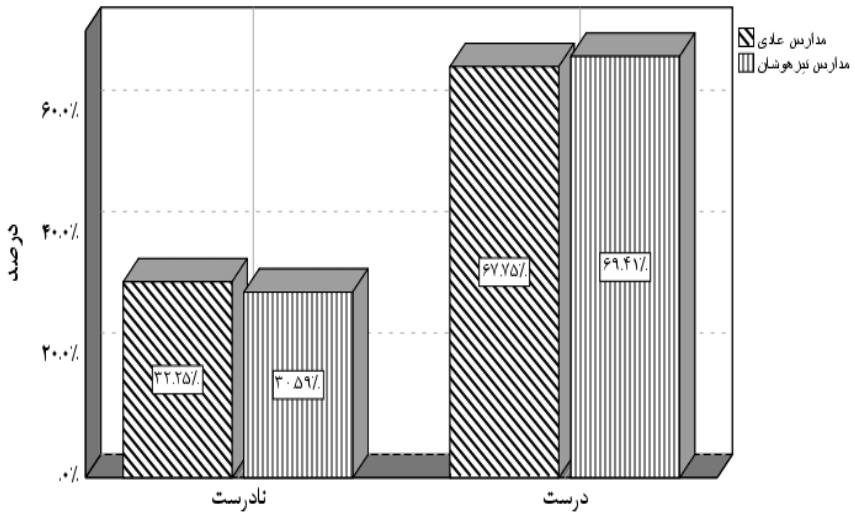
تأثیر نوع مدرسه بر عملکرد حل مسئله

بررسی‌ها نشان می‌دهند پژوهش‌های محدودی (به‌عنوان نمونه قدرتی، ۱۳۸۹) درزمینهٔ مطالعه و مقایسه عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در انواع مدارس وجود دارد. بیشتر پژوهش‌های مرتبط با نوع

مدرسه، به مقایسه عملکرد انواع مدارس بر اساس عوامل دیگری همچون ویژگی‌های یادگیری سازمانی، بعد آموزشی و بعد پرورشی پرداخته‌اند. در همین راستا مطالعاتی بسیار اندکی با تأکید بر تأثیر نوع مدرسه بر استدلال تناسبی دانش‌آموزان در ایران انجام‌شده است؛ به‌طور مثال رفیع‌پور (۱۳۹۳) در پژوهشی به‌طور خاص به بررسی تأثیر نوع مدرسه بر استدلال تناسبی دانش‌آموزان پرداخته است. بدین ترتیب شایسته است به بررسی این موضوع با تعمق بیشتری پرداخته شود. جدول ۱۹ رابطه بین نوع مدرسه و عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی را نشان می‌دهد.

جدول ۱۹. فراوانی و درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست به تفکیک نوع مدرسه

نوع مدرسه	فراوانی		درصد فراوانی	
	پاسخ درست	پاسخ نادرست	پاسخ درست	پاسخ نادرست
مدارس تیزهوشان	۱۱۸	۵۲	٪۶۹,۴۱	٪۳۰,۵۹
مدارس عادی	۱۳۸۲	۶۵۸	٪۶۷,۷۵	٪۳۲,۲۵



شکل ۵. درصد فراوانی پاسخ‌های درست و نادرست به تفکیک نوع مدرسه

جدول ۲۰. نتایج آزمون خی دو و آزمون همبستگی اسپیرمن برای رابطه بین نوع مدرسه و عملکرد حل مسئله

آزمون	مقدار	معناداری (دوطرفه)	درجه آزادی
خی دو پیرسون	۵,۰۱۲	۰,۰۳۲	۵
ضریب همبستگی اسپیرمن	۰,۴۸۳	۰,۰۴۱	

با توجه به جدول ۲۰ و مقدار مثبت برای ضریب همبستگی اسپیرمن و همچنین مقدار معناداری این آزمون با سطح اطمینان ۹۵ درصد می‌توان این ادعا را کرد که بین عملکرد دانش‌آموزان متوسطه اول در حل مسائل استدلال تناسبی و نوع مدرسه آن‌ها رابطهٔ مستقیم و معنادار وجود دارد و فرضیهٔ صفر رد می‌شود؛ یعنی با تغیر مدرسه از مدارس عادی به مدارس تیزهوشان شاهد افزایش چشمگیر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان هستیم و دانش‌آموزان مشغول به تحصیل در مدارس تیزهوشان نسبت به مدارس عادی عملکرد بهتری در حل مسئله تناسبی داشتند.

در این پژوهش تحلیل‌های کمی و کیفی نتایج همسو و تأییدکننده یکدیگرند. به‌طور مثال هنگامی‌که نتایج کمی عملکرد بهتر دانش‌آموزان پایه‌های بالاتر را نشان می‌دهند، تحلیل‌های کیفی از تسلط این دانش‌آموزان در به‌کارگیری راهبردهای متفاوت و متنوع حل مسئله تناسبی و دستیابی به سطوح بالاتر استدلال تناسبی و نیز دست‌وپنجه نرم کردن با بدفهمی‌های کمتر در این زمینه خبر می‌دهند.

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش که به روش توصیفی-پیمایشی انجام‌شده است، عملکرد دانش‌آموزان مقطع متوسطه اول در حل مسائل استدلال تناسبی و همچنین تأثیر عوامل پایه تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه بر حل مسائل استدلال تناسبی مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به نتایج حاصل از تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون مشاهده می‌شود که دانش‌آموزان در پاسخ‌دهی به سؤالات آزمون از راهبردهای مختلف حل مسئله استفاده نموده‌اند و برخی از ایرادات آن‌ها مربوط به عدم توانایی در تشخیص راهبرد مناسب حل مسئله یا ناتوانی در به‌کارگیری راهبرد مناسب بود؛ به‌طور

مثال عدم دقت به مفروضات مسئله، حل مسئله با تکیه‌بر حدس و بدون ارائه استدلال، درک ناکافی از مفهوم نرخ، مقایسه نادرست کسرها، بدفهمی در مفهوم درصد و نحوه به‌کارگیری آن و غیره. از سوی دیگر بخش عمده‌ای از پاسخ‌های نادرستی که دانش‌آموزان به سؤالات آزمون ارائه کردند، مربوط به عدم درک ماهیت مسئله است؛ چراکه درک ماهیت یک مسئله اولین گام در مسیر حل مسئله است. بخش قابل‌توجهی از دانش‌آموزان ماهیت و نوع مسئله را ازنظر ضربی یا جمعی بودن تشخیص ندادند و به پاسخ نادرست رسیدند. نتایج پژوهش حاکی از آن بود که اندکی بیشتر از نیمی از پاسخ‌ها در سطح پنج (استدلال تناسبی) قرار داشت. بااین‌حال بخش قابل‌توجهی از پاسخ‌ها در سطح دو قرار داشت که نمایانگر عدم درک یا درک ناکافی دانش‌آموزان از ماهیت ضربی یا جمعی یا ثابت مسائل استدلال تناسبی بود. هر یک از سطوح دیگر نیز در پاسخ‌ها سهیم بودند و کمترین سطح ازنظر فراوانی پاسخ‌های تعلق‌گرفته، سطح شش (استدلال تناسبی پیشرفته) بود؛ چراکه تعداد پاسخ‌های بسیار اندکی مشاهده شد که درک بالای دانش‌آموزان از مفاهیم مرتبط با تناسب را نشان دهد یا اتخاذ چندین راهبرد حل مسئله درست را در خود جای‌داده باشد. مشاهده شد که نتایج این پژوهش در این موارد با پژوهش‌های ون دورن و همکاران (۲۰۱۸)، لوباتو و همکاران (۲۰۱۰) و کرامر و همکاران (۲۰۱۷) همسو بوده است.

همچنین عوامل پایه تحصیلی و نوع مدرسه بر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان در مسائل استدلال تناسبی تأثیر می‌گذارند و در سطح اطمینان ۹۵ درصد تفاوت معناداری بین عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان به تفکیک پایه‌های تحصیلی و مدارسی که در آن‌ها مشغول به تحصیل بودند وجود داشت، اما عامل جنسیت تأثیری بر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان نگذاشت و بین عملکرد دانش‌آموزان دختر و پسر در حل مسائل استدلال تناسبی در سطح اطمینان ۹۵ درصد تفاوت معناداری مشاهده نگردید. نتایج این پژوهش درباره تأثیر پایه تحصیلی با پژوهش‌ها و منابع موجود، همچون انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا،۲۰۰۰؛ لش و همکاران، ۱۹۸۸؛ کرامر و پست، ۱۹۹۳، مطالعه رفیع‌پور و گویا (۱۳۸۳) همسو بود. یافته‌ها نشان دادند بالا رفتن پایه تحصیلی موجب افزایش عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان مقطع متوسطه اول در مسائل استدلال تناسبی شده است و درمجموع عملکرد کلی دانش‌آموزان نهم نسبت به پایه هشتم و پایه هشتم نسبت به پایه

هفتم در سطح بالاتری قرار داشت. این نتیجه حاکی از رشد و توسعه درک و فهم دانش‌آموزان از مفاهیم مرتبط با حوزه استدلال تناسبی مانند، کسرها، نسبت‌ها، نرخ‌ها، تناسب، درصد و غیره در طی گذر از پایه هفتم تا نهم بود. همان‌طور که در بسیاری از پژوهش‌های انجام‌شده (مانند لش و همکاران (۱۹۸۸)، انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا (۲۰۰۰) لش و هارل (۲۰۰۳))، بیان شده است، توانایی استدلال تناسبی دانش‌آموزان در طول پایه‌های پنجم تا نهم رشد و توسعه می‌یابد. درباره تأثیر عامل جنسیت نتایج مطالعه حاضر با پژوهش رفیع‌پور و جوکار (۱۳۹۱) -که در آن عملکرد پسران نسبت به دختران در حل یک مسئله غیرمعمول و تناسبی بیشتر بوده است- همسو نیست. می‌توان علت تأثیر جنسیت بر نتایج پژوهش رفیع پور و جوکار، (۱۳۹۱) را در این یافت که نوع مسئله مطرح‌شده که مسئله‌ای غیرمعمول بوده است موجب عملکرد متفاوت دانش آموزان دختر و پسر شرکت‌کننده در آن پژوهش شده است. البته در این پژوهش نتیجه حاصل‌شده درباره تأثیر جنسیت بر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان در مسائل استدلال تناسبی مورد انتظار محققین بود.همچنین درباره تأثیر نوع مدرسه بر عملکرد دانش آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی نتایج این پژوهش با مطالعات انجام‌شده ازجمله پژوهش‌های پورنگ و همکاران (۱۴۰۰)، رفیع پور (۱۳۹۳) و شریفی و قدرتی (۱۳۸۹) همسو می‌باشند. یافته‌ها دلالت‌های مفیدی را برای غنی‌تر ساختن فرصت‌های یادگیری در کتاب‌های درسی و همچنین تولید محتوای مناسب برای آموزش معلمان در اختیار می‌گذارد. موضوع تناسب ازجمله موضوعاتی است که از دوره ابتدایی تا متوسطه حضور مستقیم و غیرمستقیم آن در مفاهیم درسی ریاضی و حتی غیر مرتبط با ریاضی احساس می‌شود. دانش‌آموزان همواره با آن و سایر مفاهیم حوزه استدلال تناسبی همانند نسبت‌ها، تناسب، کسرها، نرخ‌ها، درصد و غیره درگیر هستند. علاوه بر این آموزش بسیاری از مفاهیم عالی ریاضی مانند مفهوم مشتق بدون داشتن درک و مهارت کافی در استدلال تناسبی امکان‌پذیر نیست. به همین دلیل انتظار می‌رود تا توجه بر روی نحوه آموزش مفاهیم بنیادی حوزه تناسب در دورهٔ ابتدایی و متوسطه بیشتر باشد و برنامه‌ریزی آموزشی با نگاهی دقیق‌تر نسبت به یاددهی و یادگیری آن‌ها بنگرد. باوجود محدودیت‌های کرونایی همچون تعطیلی مدارس و مراکز آموزشی و کاهش دسترسی حضوری به دانش آموزان که در طول فرایند این پژوهش که می‌توانست مسیر پژوهش را

با چالش‌هایی مواجه نماید، تمامی فرایند پژوهش به‌صورت مجازی در بستر پیام‌رسان‌های اجتماعی (که مهم‌ترین آن‌ها شبکه دانش‌آموزی شاد بود) اجرا شد و پاسخ‌های دانش‌آموزان از همین طریق گردآوری شد و تجزیه‌وتحلیل بر روی آن‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای آماری صورت پذیرفت. در ضمن این پژوهش مشخص شد عوامل دیگری نیز می‌توانند بر عملکرد دانش‌آموزان متوسطه اول در حل مسائل استدلال تناسبی تأثیرگذار باشند؛ ازجمله نحوه طراحی تکالیف، روابط بین متغیرهای مسئله تناسبی و ساختار تکالیف طرح‌شده مرتبط با تناسب و استدلال تناسبی. این موضوعات و موضوعاتی چون تأثیر ساختار تکالیف تناسبی بر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان، بررسی و شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان در حل مسائل استدلال تناسبی، بررسی توانایی معلمان ابتدایی در حل مسائل استدلال تناسبی حائز اهمیت هستند و می‌توانند در پژوهش‌های بعدی توسط پژوهشگران آموزش ریاضی مورد بررسی و مطالعه قرار گیرند.

منابع

امیری، حمیدرضا و همکاران. (۱۳۹۹). *ریاضی پایه ششم دوره ابتدایی*، دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری وزارت آموزش و پرورش.

امیری، حمیدرضا و همکاران. (۱۳۹۹). *ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه*، دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری وزارت آموزش و پرورش.

امیری، حمیدرضا و همکاران. (۱۳۹۹). *ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه*، دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری وزارت آموزش و پرورش.

پورنگ، افسانه؛ اصغری، نسیم؛ و شاهورانی سمنانی، احمد (۱۴۰۰). بررسی دانش پداگوژی محتوای معلمان و دانشجومعلمان در حوزه استدلال تناسبی با تمرکز بر فعالیت آموزش حل مسئله در گونه‌های معنایی. *فناوری آموزش*، ۱۵(۲)، ۲۴۹-۲۶۰.

حق‌جو، سعید؛ ریحانی، ابراهیم (۱۴۰۰). فراتحلیل کیفی چارچوب‌های ارزیابی مهارت‌های طرح مسئلهٔ ریاضی. *پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی*. ۹ (۳)، ۲۸-۹.

رفیع‌پور، ابوالفضل؛ جوکار، لیلا (۱۳۹۱). بررسی نقش جنسیت و پایهٔ تحصیلی در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در حل یک مسئلهٔ غیرمعمول. *نوآوری‌های آموزشی*، ۱۲(۴)، ۲۷-۴۴.

رفیع‌پور، ابوالفضل (۱۳۹۳). بررسی نقش نوع مدرسه در استدلال تناسبی دانش‌آموزان. *پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، ۱۱* (۴۲)، ۲۴-۳۳.

رفیع‌پور، ابوالفضل؛ گویا، زهرا. (۱۳۸۳). چرا عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی در تیمز منحصر به فرد بود؟ *رشد آموزش ریاضی، ۷۵*، ۱۵-۲۲.

قدرتی، مهدی (۱۳۸۹). بررسی خلاقیت دانش‌آموزان دختر تیزهوش مدارس استعدادهای درخشان غیر انتفاعی و دولتی. *روان‌شناسی تحلیلی شناختی*، ۳(۱)، ۴۰-۳۱.

گوریان، م. (۱۳۸۳). *یادگیری متفاوت دخترها و پسرها*، ترجمه قراچه‌داغی، مهدی. تهران: پیک بهار.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. *Acquisition of mathematics concepts and processes*, *91*, *126*.

Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M, Benedetto, C, & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among *7th*-grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, *36*, *247–273*.

Benson, S. L. D. (2009). *The influence of studying students' proportional reasoning on middle school mathematics teachers' content and pedagogical content knowledge*. University of Houston.

Copur-Gencturk, Y., Baek, C., & Doleck, T. (2022). A Closer Look at Teachers' Proportional Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1–17. DOI: 10.1007/s10763-022-10249-7

Che, M. & Wiegert, K & Threlkeld, K. (2012). Problem solving strategies of girls and boys in singlesex Mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 311-326. DOI:10.1007/s10649-011-9346-x

Cramer, K. (*2017*). Numerical reasoning: Number systems, ratio, and proportional relationships. *Reasoning and sense making in the mathematics classroom, grades, 6–8*.

Cramer, K. A., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications: Middle grades mathematics. In *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. *159–178*). Macmillan Publishing Company.

Degrande, T., Verschaffel, L., & Dooren, W. V. (2016). Proportional word problem solving through a modeling lens: A half-empty or half-full glass?. In *Posing and solving mathematical problems* (pp. 209–229). Springer, Cham.

Dole, S., Clarke, D., Wright, T., & Hilton, G. (2012). Students' proportional reasoning in mathematics and science. *In Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. *195–202*).

Eckert, J. M. (1995). Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS): international accountability and implications for science instruction. *Research in Comparative and International Education, 3(2), 202–210*. DOI: 10.2304/rcie.2008.3.2.20

Fierros, E. G. (*1999*). *Examining gender differences in mathematics achievement on the Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*. Boston College.

Fisher, L. (1988). Strategies used by secondary mathematics teachers to solve proportion problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*(2), 157–168. DOI: 10.2307/749409

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical strategies*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Gallagher, A. M., & De Lisi, R. (1994). Gender differences in Scholastic Aptitude Test: Mathematics problem solving among high-ability students. *Journal of Educational Psychology*, 86(2), 204. DOI: 10.1037/0022-0663.86.2.204

Harel, G., & Behr, M. (1989). Structure and hierarchy of missing value proportion problems and their representations. *Journal of Mathematical Behavior*, 8(1), 77–119. DOI:10.1080/19477503.2017.1375361

Howson, G. (1996). Looking back-and looking forward. *The Mathematical Gazette*, 80(487), .129-136. DOI: 10.5406/visuartsrese.42.2.000v

Hino, K., & Kato, H. (2018). Teaching whole-number multiplication to promote children's proportional reasoning: A practice-based perspective from Japan. *ZDM: the international journal on mathematics education* 51(1), 127-137. DOI:10.1007/s11858-018-0993-6

Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). The growth of logical thinking from childhood to adolescence: An essay on the construction of formal operational structures (Vol. *22*). Psychology Press. *Journal for Research in Mathematics Education, 24, 41–61*.

Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate'problems. *Educational studies in Mathematics, 14(3), 219–233*.

Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for research in mathematics education*, 24(1), 41–61. DOI: 10.2307/749385

Lamon, S. J. (2005). *More: In-depth discussion of the reasoning activities in Teaching fractions and ratios for understanding*. Routledge.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 629–667. DOI:10.1007/s10763-010-9249-9

Lamon, S. J. (2020). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content 83 and Instructional Strategies for Teachers*. Routledge.

Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1988). *Proportional reasoning. In Number concepts and operations in the middle grades* (pp. *93–118*). National Council of Teachers of Mathematics, Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In *J. Hiebert & M. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the middle grades* (pp. *93–118*). Reston, VA: Lawrence Erlbaum and National Council of Teachers of Mathematics.

Linda A. (2011). D*esigning a research-based test for eliciting students' prior understanding on proportional reasoning*. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. HAL-01950529

Lobato, J., Orrill, C., Druken, B., & Jacobson, E. (2011). Middle school teachers' knowledge of proportional reasoning for teaching. In *Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA), New Orleans, LA. Abstract retrieved from http://www. Kaputcenter. Umassd.*

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Petit, M. M., Laird, R. E., Wyneken, M. F., Huntoon, F. R., Abele-Austin, M. D., & Sequeira, J. D. (2020). *A focus on ratios and proportions: Bringing mathematics education research to the classroom*. Routledge.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics*. London: Pearson Education UK.

Van Dooren, W., Vamvakoussi, X., & Verschaffel, L. (2018). Proportional Reasoning. Educational Practices Series*30. UNESCO International Bureau of Education*.

Vysotskaya, E., Lobanova, A., Rekhtman, I., & Yanishevskaya, M. (2021). The challenge of proportion: does it require rethinking of the measurement paradigm? *Educational Studies in Mathematics, 106(3), 429–446*. DOI:10.1007/s10649-020-09987-8

Weiland, T., Orrill, C. H., Nagar, G. G., Brown, R. E., & Burke, J. (2021). Framing a robust understanding of proportional reasoning for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 24(2), 179–202*. DOI: DOI:10.1007/s10857-019-09453-0