



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Math Teachers' Strategies for Transforming Standard Word Problems into Problematic Word Problems

Abolfazl Rafiepour ^{*1}, Zohreh Khazaei ²

¹ Associate Professor, Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran. & Mahani Math Center, Afzalipour Research Institute, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

² PhD student, Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran. & Mahani Math Center, Afzalipour Research Institute, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

ABSTRACT

Keywords

Mathematical Modeling
Problematic Word
Problems
School Mathematics
Problem Rewording

¹ .Corresponding author
✉ Rafiepour@uk.ac.ir

Received: 2023/02/01
Reviewed: 2023/08/07
Accepted: 2024/05/24

Background and Objectives: In Iran's national curriculum, the ability to solve every day and abstract problems, as well as mathematical modeling, are among the fundamental objectives of mathematics education. In this context, problematic word problems are recognized as a type of exercise for modeling and preparation for solving real-world problems. The primary goal of this study is to investigate how mathematics teachers present problematic word problems. **Methods:** In the present study, following a review of the research literature on modeling and problematic word problems, the results of analyzing the group activities of 75 mathematics teachers who participated in two webinars on this topic are presented. These webinars were designed as workshops, and attendees collaborated in groups to share their ideas for presenting problematic word problems. **Findings:** The results of the study on the rewritten problems by participants showed that about half of the groups presented problems without answers by providing unrelated information to the problem's request. Approximately 26.7% of the problems were presented in such a way that the mathematical answer differed due to realistic considerations, and 26.7% of the problems were solvable with numerical answers but included additional information in the problem text. Furthermore, a deeper analysis of the rewritten texts was conducted to identify the types of added information to the problems. This analysis revealed that the majority of added elements (55.3%) pertained to descriptive information about the problem situation. **Conclusions:** Based on the coherent knowledge derived from the research, the more background information provided for a problem, the better performance will be observed from students in solving it. These findings can be used in designing curricula and educational activities to improve students' ability to solve every day and abstract problems.

ISSN (Online): 2645-8098

DOI: [10.48310/pma.2025.13189.3849](https://doi.org/10.48310/pma.2025.13189.3849)

Citation (APA) Rafiepour, A. and Khazaei, Z. (2025). Strategies of Math Teachers for Converting Standard Word Problems into Interpretive Word Problems. *Educational and Scholastic studies*, 13 (4), 265 - 280 .

 <https://doi.org/10.48310/pma.2025.13189.3849>



راهبردهای معلمان ریاضی برای تبدیل مسائل کلامی استاندارد به مسائل کلامی تفسیری

مقاله پژوهشی / مروری

ابوالفضل رفیع پور*؛ زهره خزایی^۲

۱ دانشیار بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان و گروه پژوهشی آموزش ریاضی، پژوهشکده ریاضی ماهانی، پژوهشگاه افصلی پور، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.
۲ دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان و گروه پژوهشی آموزش ریاضی، پژوهشکده ریاضی ماهانی، پژوهشگاه افصلی پور، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.

چکیده

پیشینه و اهداف: حل مسائل کاربردی ریاضی از جمله اهداف آموزشی بسیاری از کشورهاست. در سند برنامه‌دستی ملی ایران نیز در بخش مربوط به ریاضی، «توانایی حل مسائل روزمره و انتزاعی» و «مدل‌سازی ریاضی» از جمله اهداف اساسی برنامه آموزش ریاضی بیان شده است و در این راستا مسائل کلامی تفسیری به عنوان نوعی تمرین برای مدل‌سازی و آمادگی برای حل مسائل در دنیای واقعی شناخته شده‌اند. هدف اصلی این پژوهش بررسی چگونگی طرح مسائل کلامی تفسیری توسط معلمان ریاضی است. **روش‌ها:** در مطالعه حاضر پس از مروری بر ادبیات پژوهشی مدل‌سازی و مسائل کلامی تفسیری، نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل فعالیت‌های گروهی ۷۵ نفر از معلمان ریاضی شرکت‌کننده در دو وبینار که پیرامون این موضوع برگزار شده، ارائه می‌شود. این وبینارها به صورت کارگاهی برنامه‌ریزی شده بودند و حاضران در جلسات به صورت گروهی در مورد ایده‌هایشان برای طرح مسائل کلامی تفسیری همکاری داشتند. **یافته‌ها:** نتایج مطالعه روی مسائل بازنویسی شده توسط شرکت‌کنندگان نشان داد؛ حدود نیمی از گروه‌ها، با دادن اطلاعاتی غیرمرتبط با خواسته مسئله، مسائلی بدون پاسخ طرح کردند و ۲۶/۷٪ از مسائل به گونه ای طرح شده بودند که پاسخ ریاضی، با توجه به ملاحظات واقع‌گرایانه تفاوت داشت و ۲۶/۷٪ از مسائل، مسائلی قابل حل و دارای پاسخ عددی بودند که اطلاعاتی اضافی به متن مسئله وارد شده بود. علاوه بر آن، تجزیه و تحلیل عمیق‌تری روی متن‌های بازنویسی شده جهت تشخیص تمایز انواع اطلاعات افزوده شده به مسئله، انجام گرفت. این تجزیه و تحلیل نشان داد بیشترین عناصر افزوده شده (۵۵/۳٪)، به اطلاعات توصیفی موقعیت مسئله مربوط می‌شود. **نتیجه‌گیری:** بر اساس دانش منسجم برآمده از پژوهش، هرچه اطلاعات پس زمینه‌ای بیشتری برای یک مسئله فراهم شود، عملکرد بهتری را از سوی دانش‌آموزان، در حل مسئله شاهد خواهیم بود. این یافته‌ها می‌توانند در طراحی برنامه‌های درسی و فعالیت‌های آموزشی برای بهبود توانایی حل مسائل روزمره و انتزاعی دانش‌آموزان مورد استفاده قرار گیرد.

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

واژه‌های کلیدی:

مدل‌سازی ریاضی
مسائل کلامی تفسیری
ریاضی مدرسه‌ای
بازنویسی مسئله

۱. نویسنده مسئول

Rafiepour@uk.ac.ir ✉

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۱۲
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۵/۱۶
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۰۴
شماره صفحات: ۲۸۰-۲۶۵

DOI: [10.48310/pma.2025.13189.3849](https://doi.org/10.48310/pma.2025.13189.3849)

شاپا الکترونیکی: ۲۶۴۵-۸۰۹۸



COPYRIGHTS

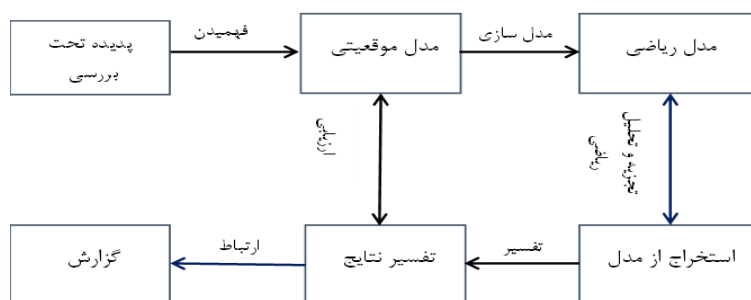
©2025 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

مقدمه

احساس نیاز به آموزش نوین در ایران، پس از شکست از روسیه در جنگ‌های ایران و روسیه ایجاد شد (Gooya, 2011). از تأسیس مدرسه دارالفنون و شروع آموزش و پرورش نوین در ایران، تاکنون نظام آموزشی بارها دستخوش تغییرات جزئی و گاه اساسی شده است. در واپسین تحولات آموزش و پرورش در دوره حاضر به نظر می‌رسد سیاست‌گذاران آموزشی در پی کاربردی کردن و به ویژه تدریس با استفاده از حل مسئله بوده‌اند (Yaftian & Ebrahimi, 2019) که البته میزان دستیابی به این امر مهم، می‌تواند موضوع پژوهش‌هایی دیگر باشد.

حل مسائل کاربردی ریاضی از جمله اهداف آموزشی بسیاری از کشورهاست. در سند برنامه‌دستی ملی ایران نیز در بخش مربوط به ریاضی، «توانایی حل مسائل روزمره و انتزاعی» و «مدل‌سازی ریاضی»^۱ از جمله اهداف اساسی آموزش ریاضی بیان شده که دانش‌آموزان بایستی با آن آشنا شوند و در آن مهارت به دست آورند (شورای عالی آموزش و پرورش، ۱۳۹۱). مدل‌سازی ریاضی دارای فرایند چرخه‌ای چندمرحله‌ای است (شکل ۱)، که شامل؛

- فهم عناصر کلیدی در موقعیت مسئله؛
- ساخت یک مدل ریاضی از عناصر موجود در موقعیت؛
- استخراج نتایج ریاضی از طریق مدل‌سازی ریاضی؛
- تفسیر نتایج کار محاسباتی؛
- ارزیابی تفسیر نتایج ریاضی که مناسب و معقول باشد؛
- برقراری ارتباط راه‌حل ریاضی با مسائل اصلی دنیای واقعی (Verschaffel et al, 2010).



شکل ۱. نمودار فرایند مدل‌سازی ریاضی (Verschaffel et al, 2000)

هدف برنامه‌دستی ریاضی تربیت افرادی است که بتوانند مفاهیم ریاضی را درک کنند و از این مفاهیم در زندگی روزمره خود استفاده کنند، بتوانند افکار خود را با استفاده از زبان ریاضی به‌درستی توضیح دهند و بتوانند به راحتی افکار و استدلال خود را در فرآیند حل مسئله بیان کنند (Koç & Elçi, 2022). با وجود تأکید برنامه‌دستی ریاضی به مدل‌سازی، برخی یافته‌ها حاکی از نقش کم‌رنگ مدل‌سازی در کتب ریاضی مدرسه‌ای است. سواد عددی، سواد فضایی، سواد کمی، سواد ریاضی، کاربرد استاندارد، ریاضی کاربردی، تطبیق منحنی روی نقاط داده شده^۲ و مسائل کلامی تفسیری^۳، واژه‌هایی اند که از لحاظ معنایی، به واژه مدل‌سازی نزدیک هستند که از این میان، مسائل کلامی تفسیری بیشترین قرابت را با مدل‌سازی دارند. در ادامه به تعریف و اهمیت این نوع مسائل پرداخته می‌شود.

در آموزش ریاضی، دانش‌آموزان اغلب با مسائل کلامی مواجه‌اند (Dewolf et al, 2015). مسائل کلامی نوعی از مسائل است که در قالب متنی شامل اطلاعات کمی بیان شده و می‌توان با انجام عملیات حسابی روی اعداد داده شده

1. Mathematical modeling
2. Curve fitting
3. Problematic word problem

در متن، به آن پاسخ داد (Greer et al, 2003) و یا به عبارت دیگر می‌توان با استفاده از یک مفهوم، قانون یا تکنیک ریاضی که قبلاً در مدرسه آموخته شده‌اند، حل شوند (Verschaffel et al, 2020).

در میان مسائل کلامی، دسته‌ای از مسائل کلامی که تمرین‌های خوبی را برای فعالیت‌های مدل‌سازی ریاضی و مواجهه شدن دانش‌آموزان با موقعیت‌های از زندگی روزمره، مطرح کرده و به برقراری رابطه معنادار بین دنیای واقعی و دنیای ریاضی کمک می‌کند، «مسائل کلامی تفسیری» است (Dewolf et al, 2015) و در حالت ایده‌آل هر شش مؤلفه مطرح شده در مسائل مدل‌سازی می‌تواند در حل مسائل کلامی مورد توجه قرار گیرد (Verschaffel et al, 2000). در واقع مسائل کلامی تفسیری، مسائلی هستند که برای پاسخگویی مناسب به آن، نیاز به در نظر گرفتن موقعیت دنیای واقعی است و تنها با استفاده از یک یا چند عملیات حسابی با اعداد داده شده در مسئله نمی‌توان به آن پاسخ داد (Dewolf et al, 2016). به‌عنوان مثال رکورد جان در دوی ۱۰۰ متر، ۱۷ ثانیه است. چقدر طول می‌کشد تا او ۱ کیلومتر را طی کند؟ (Verschaffel et al, 1994) که در واقع این مسئله پاسخ عددی دقیقی ندارد، چراکه پس از طی مسافتی به دلیل خستگی، فرد دیگر سرعت اولیه را نخواهد داشت. در مقابل این نوع مسائل، «مسائل کلامی استاندارد»^۱ مسائلی هستند که دارای یک جواب سراسر عددی بوده و جواب نهایی مسئله با استفاده از عملیات حسابی بر روی اعداد داده شده در مسئله به دست می‌آید و جواب نهایی نیازی به تفسیر ندارد (Greer et al, 2007). به‌عنوان مثال یک قایق با سرعت ۴۵ کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند. چه مدت طول می‌کشد تا این قایق ۱۸۰ کیلومتر را طی کند؟ (Verschaffel et al, 1994).

مسائل کلامی نقش مهمی را در درس ریاضیات بازی می‌کند؛ علاوه بر ارزیابی مهارت‌های ریاضی دانش‌آموزان، به آموزش تفکر خلاق، ایجاد انگیزه و توسعه مفاهیم ریاضی کمک می‌کند و همچنین می‌تواند به‌عنوان تمریناتی برای آمادگی حل مسائل زندگی روزمره باشد (Dewolf et al, 2015). با آوردن واقعیت به کلاس درس ریاضی، دانش‌آموزان با ریاضیات مورد نیازشان در زندگی روزمره مواجه شده و در واقع برای حل مسائل موقعیت‌های واقعی خارج از مدرسه آماده می‌شوند (Verschaffel et al, 2000).

عملکرد دانش‌آموزان در مسائل کلامی تفسیری، اغلب به‌گونه‌ای بوده است که ملاحظات دنیای واقعی را هنگام پاسخ به این نوع مسائل در نظر نمی‌گیرند (به‌عنوان مثال Dewolf et al, 2015) این یافته بسیار مسئله‌ساز است، به این دلیل که یکی از توجیهات عمده برای اهمیت نقش ریاضیات در برنامه‌درسی مدارس ابتدایی و متوسطه، از جمله مسائل کلامی در کلاس درس ریاضی، دقیقاً این است که ریاضیات، مجموعه‌ای از ابزارها را برای درک موقعیت‌های دنیای واقعی فراهم می‌آورد (Mellone et al, 2017). برای بهبود این موضوع معلمان می‌توانند نقش بسیار ارزنده‌ای داشته باشند. در مطالعه حاضر که ۷۵ نفر از معلمان ریاضی ایران شرکت داشتند، ابتدا تعریف و اهمیت این نوع مسائل تبیین و سپس از آنان خواسته شد که مسائلی استاندارد را به مسائل کلامی تفسیری تبدیل نمایند. به طور مشخص دو سؤال زیر پژوهش حاضر را هدایت کردند.

- نحوه طرح مسائل کلامی تفسیری توسط معلمان ریاضی چگونه است؟
- مسائل طرح شده توسط آنان، شامل چه عناصر اطلاعاتی از موقعیت مسئله می‌شود؟

پیشینه پژوهش

اهمیت مسائل کلامی تفسیری از سال ۱۹۸۵ پس از مطالعه باروک (Baruk, 1985) بیشتر احساس شد. مطالعه شناخته شده سن کاپیتان (Baruk, 1985)، یکی از مشهورترین مطالعاتی است که موجب جلب توجه جامعه پژوهشی به پدیده «توقف معناسازی»^۲ هنگام حل مسائل کلامی شد (Mellone et al, 2017). این مسئله بدین شرح است «در

یک قایق، ۲۶ گوسفند و ۱۰ بز وجود دارد. سن کاپیتان چه قدر است؟». نتایج این مطالعه نشان داد که بسیاری از افراد به این مسئله بدون پاسخ، پاسخی عددی دادند. این مسئله توجه محققان را به خود جلب کرد چرا که هنگام پاسخ‌گویی دانش‌آموزان به مسائل کلامی، آنان تمایل در به کارگیری بدون تأملی از عملیات حسابی داشتند.

با توجه به اهمیت این موضوع، برای مطالعه عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی، محققین دانش‌آموزان را با دو دسته از مسائل کلامی (استاندارد و تفسیری) مواجه کردند. به‌عنوان مثال تحقیقاتی در ایرلند شمالی (Greer, 1993) و فلاندر (Verschaffel et al, 1994) انجام گرفت که از دانش‌آموزان آزمونی با مسائل کلامی استاندارد و تفسیری گرفته شد. حدود ۱۷ درصد از دانش‌آموزان شرکت‌کننده در مطالعه پاسخی واقع‌بینانه به مسائل دادند. روی هم رفته نتایج نشان داد که دانش‌آموزان تمایل به حذف دانش دنیای واقعی و ملاحظات واقع‌گرایانه دارند. مشابه این تحقیقات در بسیاری از کشورها مانند بلژیک، چین، مجارستان، ژاپن، سوئیس و ونزوئلا تکرار شد که نتایج این تحقیقات در یک راستا بود و موجب تعجب و ناامیدی محققینی شد که پیش‌بینی می‌کردند این تصویر «فاجعه بار» در مورد دانش‌آموزان خودشان صادق نیست (Verschaffel et al, 2010).

محققین تلاش‌های مختلفی برای افزایش تعداد پاسخ‌های واقع‌بینانه دانش‌آموزان هنگام حل مسائل کلامی انجام دادند. برخی با ایجاد مداخلاتی طولانی مدت و برخی کوتاه مدت، تلاش کردند تا تعداد واکنش‌های واقع‌بینانه دانش‌آموزان بیشتر شود. از جمله مداخلات طولانی مدت، می‌توان به مطالعه (Verschaffel et al, 1998) اشاره نمود. این مداخله در ۱۲ هفته و جمعاً ۱۵ ساعت انجام گرفت که روی هم رفته تأثیر مثبتی روی توسعه راهبردها و مهارت‌های حل مسئله شرکت‌کنندگان گذاشت (Van Dooren et al, 2019).

از جمله تلاش‌های کوتاه‌مدت به‌منظور به‌کارگیری عقل سلیم و در نظر گرفتن ملاحظات واقع‌گرایانه در حل مسائل کلامی تفسیری، جلب توجه به کمک «هشدار» بود. به‌عنوان مثال (Xin et al, 2007)، ۱۰ مسئله کلامی تفسیری و ۱۰ مسئله کلامی استاندارد که از مطالعه اصلی ورشافل و همکاران، گرفته شده بود، را به دو صورت بررسی کردند: «راهنمایی با هشدار»^۱ و «راهنمایی فرایندگرا»^۲ که بالای برگه امتحان چاپ شده بود. در «راهنمایی با هشدار» به بچه‌ها گفته می‌شد که برخی از مسائل آن‌گونه که آسان به نظر می‌رسد، نیست و در «راهنمایی فرایندگرا» از دانش‌آموزان خواسته می‌شد، تا امتحان را با توجه به دو سؤال که به راه‌حلشان کمک می‌کند، شروع کنند: (۱) چه موقعیت‌هایی از زندگی واقعی در پس صورت مسئله است؟ (۲) آیا استفاده از عملیات ریاضی سراسر برای حل این مسائل مناسب است؟ نتایج نشان داد، از لحاظ آماری درصد پاسخ‌هایی که در آن ملاحظات واقع‌بینانه در نظر گرفته شده است، کم است (راهنمایی با هشدار ۲۱٪ و راهنمایی فرایندگرا ۲۸٪). راهنمایی فرایندگرا، تاحدی باعث فعال شدن دانش و تجربیات دنیای واقعی دانش‌آموزان شد، اما تأثیر این هشدارها پایین بود.

علاوه بر آن دولف و همکاران (Dewolf, et al, 2014) در بخشی از مطالعه‌اشان تأثیر «بازنمایی تصویری» را بررسی کردند. محققان دو پژوهش مشابه را در ترکیه و بلژیک انجام دادند، درحالی‌که انتظار می‌رفت بازنمایی‌های تصویری به ایجاد تصویر ذهنی دانش‌آموزان از موقعیت منجر شود، محققان دریافتند که هم دانش‌آموزان ترکیه و هم دانش‌آموزان بلژیک، هنگام حل مسائل کلامی ریاضی، تمایل به حذف دانش دنیای واقعی دارند. در ادامه این مطالعات، دولف و همکاران (Dewolf, et al, 2015) در دو آزمایش دلیل مؤثر نبودن بازنمایی‌های تصویری را بررسی کردند. آنان در اولین آزمایش حرکت چشمان دانش‌آموزان را ثبت کردند. نتایج اولین آزمایش نشان داد که دانش‌آموزان به میزان کم و یا هیچ توجهی به تصاویر نداشتند. بنابراین آن‌ها آزمایش دوم را به گونه‌ای طراحی کردند که دانش‌آموز قبل از آن که متن مسئله را بخواند، بایستی به مدت ۵ ثانیه به تصویر نگاه می‌کرد. نتایج این تحقیق نیز اثر مثبتی را روی واقع‌گرایی پاسخ‌ها نشان نداد. هرچند نتایج هر دو مطالعه دولف و همکاران (Dewolf, et al, 2014, 2015) ناامید کننده بود، دولف و همکاران (Dewolf, et

1. Warning direction

2. Process-oriented direction

al, 2016) برای نمایش پیچیدگی مدل‌سازی واقعی، عناصری اضافی به تصاویر اضافه کردند. درحالی‌که انتظار می‌رفت اثر مثبتی دیده شود، اما هیچ کدام به پاسخ واقع‌بینانه مسائل کلامی تفسیری کمکی نکرد. این یافته‌ها نشان داد که دانش‌آموزان مدارس ابتدایی، هنگام حل مسائل کلامی، تمایل بسیار قوی و مقاومی به حذف دانش دنیای واقعی دارند.

در ادامه تحقیقات در زمینه مسائل کلامی، مطالعات دیگری تأثیر اصالت^۱ را در این مسائل بررسی کردند. محیط یادگیری اصیل^۲، زمینه‌ای را برای بازتاب دانش و مهارت‌های مورد استفاده دنیای واقعی، ایجاد می‌کند که مشابه دنیای واقعی همراه با پیچیدگی‌ها و محدودیت‌هایی است و آزادی‌ها و احتمالات دنیای واقعی را فراهم می‌کند (Gulikers et al, 2005 cited by Vos, 2011). به عنوان مثال (DeFranco and Curcio, 1997) تفسیر دانش‌آموزان از مسائل «تقسیم با باقی مانده»^۳، را بررسی کردند. این مطالعه، در دو قسمت انجام شد در قسمت اول، دانش‌آموزان با نسخه ای از مسئله اتوبوس مواجه شدند: (۳۲۸ نفر از شهروندان قدیمی شهر می‌خواهند به سفر بروند. در هر اتوبوس ۴۰ نفر می‌توانند بنشینند. چند اتوبوس نیاز هست تا آنان بتوانند به سفر بروند؟) در قسمت دوم از همان دانش‌آموزان خواسته شد تا با یک تماس تلفنی تعدادی ماشین برای تعدادی از دانش‌آموزان پایه ششم سفارش بدهند. نتایج مطالعه آنان نشان داد که این تغییر موجب بهبود عملکرد دانش‌آموزان شده است (Vos, 2011). مشابه این مطالعه در ایران توسط دری و رفیع‌پور (Dorri & Rafipour, 2015) انجام گرفت و نتایج در راستای مطالعات پیشین بود.

در مطالعه دیگری (Wisenoeker, 2023) مسئله «تقسیم با باقی مانده» را بر روی گروهی (۱۰ تا ۵۸ ساله) بررسی کردند. آنان در یک پرسش‌نامه آنلاین، این مسئله را پرسیدند؛ «اگر برای ۵ نفر، کلوچه تهیه کنید، ۳ تخم‌مرغ لازم است. برای سه نفر چند تخم‌مرغ لازم است؟». برای حل این مسئله به روش کاملاً ریاضی، ۱/۸ تخم‌مرغ لازم است، درحالی‌که در واقعیت اندازه‌گیری این میزان بعید است! در قسمتی از این مطالعه، از افراد خواسته می‌شود که هنگام حل مسئله، ملاحظات واقع‌بینانه داشته باشند، اما نتایج نشان داد که این درخواست، تفاوت معناداری را بر تعداد پاسخ‌های واقع‌بینانه نگذاشته است. پژوهشگران در این مطالعه یک اثر مهم را دریافتند؛ آنان هنگامی که از شرکت‌کنندگان خواسته بودند عملیات ریاضی را نشان دهند، به طور قابل توجهی پاسخ‌های غیرواقع‌بینانه نسبت به شرکت‌کنندگانی که از آن‌ها خواسته نشده بود که عملیات ریاضی را در نظر بگیرند، بیشتر بود.

ملن و همکاران (Mellone, et al, 2017) تأثیر بازنویسی مسائل کلامی تفسیری و تعامل در گروه‌های دوفره، را بررسی کردند. در این مطالعه از مسائل بازنویسی شده‌ای که اطلاعات به آن اضافه شده باشد، استفاده نشده است بلکه در مقابل از دانش‌آموزان خواسته شد تا مسائل را بازنویسی کنند و بررسی شد که آیا بازنویسی مسائل، اثر مثبتی روی ماهیت واقعی پاسخ‌های دانش‌آموزان به آن مسائل شده است. هنگام بازنویسی مسئله از آنان خواسته می‌شود که هر مسئله را با اضافه کردن جزئیاتی که می‌تواند به شکل‌گیری موقعیت اصلی مسئله در یک داستان کمک کند، مجدداً بنویسند (به عنوان مثال؛ جزئیاتی در مورد کسی که درگیر است، چه اتفاقی افتاد و چرا، سؤال از کجا آمده). در تعامل‌های دوفره عناصر بیشتری به مسائل کلامی افزوده شد و افزوده شدن بیشتر عناصر منجر به احتمال بالاتری برای پاسخ‌های واقع‌بینانه به مسائل کلامی شد. گروفسکی (Gerofsky, 1996, cited in Mellone et al, 2017) توصیه می‌کند که هنگام حل مسائل کلامی، توجه بیش از حد به داستان، حواس دانش‌آموزان را پرت می‌کند و منجر به درنظر گرفتن عوامل غیر اصلی داستان به جای استخراج متغیرها و عملیات در فرایند ریاضی‌وارسازی می‌شود، درحالی‌که ملن و همکاران (Mellone, et al, 2017) نشان دادند که درخواست از دانش‌آموزان برای بازنویسی مسائل کلامی تفسیری و اضافه کردن عناصر مختلف مرتبط با موقعیت مسئله، می‌تواند منجر به پاسخ‌های واقع‌بینانه شود، اما ممکن است به مسئله کلامی ریاضی بستگی داشته باشد و به نظرشان توصیه گروفسکی (Gerofsky, 1996, cited in Mellone et al, 2017) برای مسائل کلامی استاندارد درست باشد.

1. Authenticity
2. Authentic learning environment
3. Division-with-remainder (DWR)

در مطالعه دیگر (Verschaffel et al, 1997)، هفت مسئله از مجموعه مسائل کلامی تفسیری مطالعه را از معلمان ضمن خدمت مدارس ابتدایی فلاندر (۲۱-۱۸ ساله)، آزمون گرفتند. نتایج آنان نشان داد که تنها ۴۸٪ از معلمان به مسائل پاسخ واقع‌بینانه دادند. اینو (Inoue, 2005) نیز ۱۲ مسئله کلامی تفسیری را روی گروهی از دانشجویان ایالت کنتیکت آمریکا بررسی نمود، نتایج نشان داد که تنها ۳۰ درصد از دانشجویان پاسخ واقع‌گرایانه به مسائل دادند. بنابراین هر دو مطالعه نشان دادند که دانشجویان نیز، مانند دانش‌آموزان هنگام حل مسائل کلامی تمایل به حذف دانش دنیای واقعی دارند. از جمله مطالعات اخیر در این زمینه، مطالعه ون دورن (Van Dooren, et al, 2019) است. آنان برای تغییر در گرایش دانش‌آموزان به حذف ملاحظات دنیای واقعی، مسائل را در بافتی طنزآمیز ارائه کردند که روی هم رفته واکنش‌های واقع‌بینانه (برای سه مسئله از چهار مسئله) افزایش یافت.

از جمله مطالعاتی که در این زمینه در ایران نیز انجام گرفته، پژوهش کریمیان‌زاده و رفیع‌پور (Karimianzadeh & Rafipour, 2012) است که در آن سه مسئله کلامی تفسیری به ۲۰ نفر از دانش‌آموزان پایه دوم دبیرستان رشته ریاضی-فیزیک داده شد که یکی از این مسائل، مسئله یافتن سن کاپیتان بود که فقط ۷ نفر از استدلال و تفسیر استفاده کردند و ۱۳ نفر دیگر، پاسخی عددی برای سن کاپیتان ارائه نمودند. همچنین در پژوهش فرامرزی‌پور و رفیع‌پور (Faramarzpour Darzini & Rafipour, 2013)، همان مسئله به ۲۸ دانش‌آموز پایه اول راهنمایی و ۱۹ دانش‌آموز پایه سوم راهنمایی داده شد، که تنها ۴ نفر در پایه اول راهنمایی و ۵ نفر در پایه سوم راهنمایی، معنای مسئله را درک کردند. این مسئله به گروهی از دانشجویان رشته‌های مختلف نیز داده شد که بخش قابل توجهی از آنان به مسئله پاسخ عددی دادند (Khazaei & Rafipour, 2017).

در مورد مسائل کلامی سه فرض وجود دارد؛ که مسائل کلامی با شناسایی و به‌کاربردن مفهوم ریاضی، قانون یا تکنیکی که در مسئله کلامی، پنهان شده است، حل می‌شود. ثانیاً، این مسائل تنها توسط افرادی قابل حل است که قبلاً این دانش ریاضی را به دست آورده‌اند و سوم، اینکه یک مسئله کلامی دشوارتر از نمایش نمادین مربوط به آن مسئله است (Verschaffel et al, 2020). گریر و همکاران (Greer, et al, 2007) نیز معتقدند که دانش‌آموزان هنگام روبه‌رو شدن با مسائل کلامی تفسیری، بیشتر تلاش می‌کنند به یک پاسخ عددی برسند و در این مسیر حاضرند حتی منطق و دانسته‌های قبلی خودشان را نادیده بگیرند. آن‌ها دلیل ارائه پاسخ‌های عددی به مسئله یافتن سن کاپیتان را درگیر شدن دانش‌آموزان در «بازی مسائل کلامی»^۱ می‌دانند. به عقیده آنان، بازی مسائل کلامی از مجموعه قواعد مشخصی پیروی می‌کند. آنان قواعد بازی مسائل کلامی را به شرح زیر مطرح می‌کنند؛

▪ هر مسئله‌ای که توسط معلم، یا در کتاب درسی مطرح شده است، دارای جواب است و جواب مسئله الزاماً معنادار است.

▪ هر مسئله دارای یک جواب واحد، عددی و دقیق است، که باید از طریق انجام یک یا چند عمل حسابی بر روی عددهای داده شده در مسئله به دست آید.

▪ در زمانی که بین پاسخ‌هایتان در ریاضی و دانش‌تان در مورد دنیای واقعی تضادی رخ داد، دومی را فدای اولی کنید و آن را نادیده بگیرید.

در ادامه، روش کار و نتایج کارگروهی دو وبینار که پیرامون این موضوع برگزار شده است، ارائه می‌شود.

روش

در این پژوهش، از دو رویکرد کیفی و کمی به صورت مکمل بهره گرفته شد. برای دستیابی به تفسیر عمیق داده‌ها و شناسایی مضامین پنهان و الگوهای موجود، از روش تحلیل محتوای کیفی استفاده شد که در آن کدگذاری موضوعی برای توزیع راهبردهای افراد شرکت‌کننده در مورد نحوه طرح مسائل کلامی تفسیری به کار رفت. همچنین، به منظور بررسی

آماري داده‌ها و سنجش فراوانی مفاهیم، رویکرد کمی (توصیفی) استفاده شد. در بخش‌های آتی، جزئیات مربوط به هر یک از این روش‌ها به‌طور دقیق آمده است.

دو وبینار پیرامون موضوع برنامه‌درسی و راهبردهایی برای اجرایی کردن آن در کلاس درس در تاریخ‌های ۵ و ۱۲ خرداد ماه سال ۱۴۰۰ که به ترتیب توسط انجمن مطالعات برنامه‌درسی استان کرمان و دانشگاه فرهنگیان هرمزگان برگزار شد. در مجموع در این دو وبینار ۷۵ نفر (۲۰ و ۵۵ نفر) از معلمان به‌طور داوطلبانه شرکت داشتند. از معلمان شرکت‌کننده در کارگاه رضایت گرفته شد تا از نتایج کار گروهی آنها با حفظ محرمانگی، برای انجام پژوهش استفاده شود. این وبینارها به صورت کارگاهی برنامه‌ریزی شده بودند و به دلیل شیوع ویروس کرونا به‌صورت مجازی برگزار می‌شدند، این شرایط باعث شد که دسترسی خوبی به شرکت‌کنندگان و تنوع خوبی از آنان ایجاد شود، در حالی که در وضعیت عادی انجام این کار امکان‌پذیر نبود. جهت برگزاری این وبینارها از پلتفرم ادوبی کانکت استفاده شد.

این وبینارها به صورت کارگاهی برنامه‌ریزی شده بودند و پس از توضیحاتی پیرامون برنامه‌درسی، مدل‌سازی به‌عنوان یکی از اهداف برنامه‌درسی آموزش ریاضی مدرسه‌ای مطرح شد. تعریف و چرخه فرایند حل مسائل مدل‌سازی و همچنین نمونه مسائلی از مدل‌سازی بیان شد. سپس مسائل کلامی تفسیری به‌عنوان نوعی تمرین برای مدل‌سازی تعریف شد و همچنین نمونه مسائلی ذکر شد. در ادامه شرکت‌کنندگان به‌طور تصادفی در ۱۵ گروه ۵ نفره قرار گرفتند، سپس به همه اعضای گروه، دسترسی به میکروفون داده شد و همچنین علاوه بر امکان صحبت کردن با اعضای گروه، امکان تایپ در بخش نظرات فراهم بود. در هر گروه یک نفر از دانشجویان یا فارغ‌التحصیلان دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی به‌عنوان تسهیل‌گر در گروه، همکاری داشتند که تلاش می‌کردند فضایی آزاد وجود آورند تا اعضای گروه بتوانند آزادانه تجربیات و نظریاتشان را ابراز کنند.

مدت زمان انجام کار گروهی حدود ۴۰ دقیقه بود و از اعضای هر گروه خواسته شد تا از کتاب‌های ریاضی دوره دبستان، مسئله کلامی (استاندارد) دلخواهی را انتخاب کنند و در گروه تلاش کنند تا آن مسئله را به مسئله کلامی تفسیری تبدیل کنند. در پایان این کارگاه‌ها، برای هریک از گروه‌ها، فرصتی اختصاص داده می‌شد تا نماینده گروه بتواند ایده گروه خود را با بقیه افراد حاضر در وبینار به اشتراک گذارد. دستورالعمل کار گروهی در شکل ۲ آمده است.

دستورالعمل کار گروهی				
•	در گروه‌های کوچک بر روی مسائل کلامی یکی از کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای متمرکز شوید.			
•	مسائل کلامی استاندارد را بیابید.			
•	با ایجاد تغییراتی کوچک، آن‌ها را به مسائل کلامی تفسیری تبدیل کنید.			
•	یک نفر به عنوان منشی جلسه، اطلاعات زیر را ثبت کند.			
•	یک نفر هم به عنوان نماینده گروه، نتیجه بحث را به کل اعضای وبینار ارائه نماید.			
<table border="1"> <tr> <td>نام گروه (به پیشنهاد اعضای گروه)</td> </tr> <tr> <td>نام اعضای گروه:</td> </tr> <tr> <td>توضیح درباره فعالیت‌های گروه:</td> </tr> </table>		نام گروه (به پیشنهاد اعضای گروه)	نام اعضای گروه:	توضیح درباره فعالیت‌های گروه:
نام گروه (به پیشنهاد اعضای گروه)				
نام اعضای گروه:				
توضیح درباره فعالیت‌های گروه:				

شکل ۲. دستورالعمل کار گروهی

در مجموع دو کارگاه، ۱۵ مسئله طرح شد. فیلم کارگاه مجازی ضبط و پس از پایان کارگاه، متن گفتگوها و مسائل مطرح شده در کارگاه مجازی، پیاده‌سازی شد. در مرحله اول تمام مسائل مطرح‌شده به‌دقت مطالعه و بررسی شد و میان راهبرد گروه‌ها در مورد چگونگی طرح مسئله کلامی تفسیری، تفاوت‌هایی دیده شد. لذا از کدگذاری موضوعی برای توزیع راهبردها در مورد نحوه طرح این‌گونه مسائل استفاده شد. با طراحی یک ساختار موضوعی که برای تحلیل و مقایسه

موردها است، امکان مقایسه تفسیرها افزایش خواهد یافت (Flick, 2008). نقطه شروع طراحی این ساختار موضوعی، استخراج پاسخ سؤالات زیر، در مورد هرکدام از مسائل بازنویسی شده بود؛

- چه چیز تغییر کرد؟ پیامدها و نتایج چه بود؟
 - چگونه بخش تحلیلی و تفسیری به مسئله بازنویسی شده، افزوده شده بود؟
 - پس از این بررسی، سه نوع متفاوت از راهبرد گروه‌ها هنگام حل مسائل کلامی تفسیری، دیده شد.
 - ساخت مسئله بدون پاسخ (مشابه مسئله سن کاپیتان)؛
 - ساخت مسئله با وارد کردن اطلاعات اضافی و دارای پاسخ عددی؛
 - ساخت مسئله‌ای که پاسخ ریاضی آن با توجه به ملاحظات دنیای واقع‌گرایانه تفاوت دارد؛
- مسائل مورد بحث در گروه ۱ و ۷ (شکل ۳ و ۴) و مسائل بازنویسی شده توسط آنان، به‌عنوان نمونه‌ای از مسائل بدون پاسخ، در ادامه آمده است؛
- مسئله مورد بحث در گروه ۱؛

۲- قد پدر سمیه ۱۸۶ سانتی‌متر است. اگر سمیه ۲۹ سانتی‌متر از پدرش کوتاه‌تر باشد. اندازه‌ی قد سمیه چقدر است؟

شکل ۳. کتاب ریاضی پایه دوم دبستان، صفحه ۱۰۵

این مسئله که از کتاب ریاضی دوم دبستان (شکل ۳)، انتخاب شده بود، توسط اعضای این گروه به صورت زیر بازنویسی شد؛

مسئله بازنویسی شده: قد پدر سمیه ۱۸۶ سانتی‌متر است. قد سمیه ۱۲۰ سانتی‌متر است. قد مادر سمیه را پیدا کنید.

مسئله مورد بحث در گروه ۷؛

احمد ۳ بسته مداد رنگی ۶ تایی به رنگ‌های زرد، سبز، آبی، قرمز، قهوه‌ای و سیاه داشت. او رنگ‌های سبز و زرد هر ۳ بسته را برداشت. حالا چند مداد رنگی برایش باقی مانده است؟ (این مسئله را با رسم شکل هم می‌توانید حل کنید.)

شکل ۴. کتاب ریاضی دوم دبستان، صفحه ۱۷

مسئله بازنویسی شده: علی امروز امتحان نقاشی داشته است، او یک بسته مداد رنگی ۶ تایی و یک بسته مداد رنگی ۱۲ تایی دارد. نمره درس نقاشی او چند است؟

آنان مسئله‌ای با اطلاعات غیرمرتبط با سؤال خواسته شده، طرح کردند که در واقع مسئله بدون پاسخ است. این مسئله شباهت زیادی به مسئله «سن کاپیتان» دارد، این نوع از مسائل در حیطه درک معنای مسئله است که نوعی متفاوتی از مسائل کلامی تفسیری هستند.

در دسته دوم، مسائلی قرار گرفتند که قابل حل بودند اما حاوی اطلاعاتی اضافی در متن مسئله بود که هنگام فرایند حل مسئله، این اطلاعات تحلیل و از مسیر محاسبات خارج می‌شد. به‌عنوان مثال‌هایی از طرح اینگونه مسائل، مسائل مورد بحث توسط گروه‌های ۲ و ۱۴ (شکل ۵ و ۶) و مسائل بازنویسی شده، به شرح زیر است؛

مسئله مورد بحث در گروه ۲؛

۳- کریم ۲۵۰ صفحه از یک کتاب را خوانده است. اگر کتاب ۴۳۰ صفحه داشته باشد، چند صفحه از آن باقی مانده است؟

شکل ۵. کتاب ریاضی دوم دبستان، صفحه ۱۰۵

مسئله بازنویسی شده: کریم ۲۵۰ صفحه از کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای را خوانده است و خواهرش ۳۰ صفحه از همان کتاب را خوانده است. کریم باید چند صفحه بخواند تا کتاب تمام شود؟
مسئله مورد بحث در گروه ۱۴:

۵-۳ دانش‌آموز هر کدام دو جعبه مداد رنگی دارند: یک جعبه‌ی ۶ تایی و یک جعبه‌ی ۱۲ تایی. در هر جعبه‌ی ۶ تایی یک مداد زرد و در جعبه‌ی ۱۲ تایی ۲ مداد زرد وجود دارد. این سه دانش‌آموز روی هم چند مداد رنگی زرد دارند؟

شکل ۶. کتاب ریاضی سوم دبستان، صفحه ۲۷

مسئله بازنویسی شده: ۳ دانش‌آموز، هر کدام دو جعبه مداد رنگی (یک جعبه ۶ تایی و یک جعبه ۱۲ تایی)، ۲ جعبه پاک‌کن و ۳ بسته خودکار ۶ تایی دارند. در هر جعبه ۶ تایی مداد رنگی، یک مداد زرد، یک مداد قرمز و در جعبه ۱۲ تایی، ۲ مداد زرد و ۲ مداد قرمز وجود دارد. این سه دانش‌آموز روی هم چند مداد قرمز دارند؟ هر دانش‌آموز چند مداد قرمز دارد؟
در دسته سوم مسائلی قرار گرفتند که پاسخ ریاضی آن با توجه به ملاحظات دنیای واقع‌گرایانه تفاوت داشت. به‌عنوان مثال‌هایی از طرح اینگونه مسائل، مسائل مورد بحث توسط گروه‌های ۴ و ۱۳ (شکل ۷ و ۸) و مسائل بازنویسی شده، در ادامه آمده است؛
مسئله مورد بحث در گروه ۴:

۱- در یک اردوگاه ۳۸۷ چادر ۶ نفره برپا شده است. این اردوگاه چند نفر را می‌تواند در چادرهای خود جا دهد؟

اگر ۲۳۴۰ نفر دانش‌آموز به این اردوگاه بروند، آیا چادرها برای آنها کافی است؟



تمرین

شکل ۷. کتاب ریاضی چهارم دبستان، صفحه ۵۱

مسئله بازنویسی شده: در یک اردوگاه ۳۸۷ چادر ۶ نفره برپا شده است. این اردوگاه چند نفر را می‌تواند در چادرهای خود جا دهد؟ اگر ۲۳۴۱ نفر دانش‌آموز به این اردوگاه بروند، آیا چادرها برای آنها کافی است؟
اعضای این گروه تغییری در تعداد دانش‌آموزان در متن مسئله ایجاد نکردند. پاسخ ریاضی مسئله اصلی کتاب، پاسخی عددی و دقیق دارد ($390 \div 6 = 2340$). آنان یک نفر به تعداد دانش‌آموزان اضافه کردند تا تقسیم دارای باقی مانده شود و در پایان مسئله بایستی دانش‌آموز پاسخی که در دنیای ریاضی به دست آورده را تفسیر کند، به عبارت دیگر دانش‌آموز پس از حل ریاضی مسئله، باید اعداد را در دنیای واقعی تفسیر کند، مثلاً ۳۹۰ چادر و یک نفر بدون چادر است یا یکی از چادرها بایستی ۷ نفره باشد یا ۳۹۰ چادر کم هست و باید ۳۹۱ چادر سفارش داد.
مسئله مورد بحث در گروه ۱۳:



۷- می‌خواهیم طنابی به طول ۲۷ متر را به قطعه‌های ۶ متری تقسیم کنیم.
چند قطعه طناب ۶ متری به دست می‌آید؟ چه مقدار از طناب باقی می‌ماند؟

شکل ۸. کتاب ریاضی چهارم دبستان، صفحه ۶۳

مسئله بازنویسی شده: دو درخت در فاصله ۲۷ متری از هم قرار دارند، می‌خواهیم طنابی به این دو درخت ببندیم، اما قطعه طناب‌های ۶ متری داریم، چند قطعه طناب برای این کار لازم داریم؟ برای پاسخ به این مسئله میزانی از طناب برای گره قطعه‌های طناب و بستن طناب به دور درخت لازم است. بنابراین پاسخ این مسئله نیاز به تفسیر دارد.

علاوه بر کدگذاری موضوعی مسائل بازنویسی شده، تجزیه و تحلیل عمیق‌تری روی متن‌های بازنویسی شده انجام گرفت. این تجزیه و تحلیل مشخص می‌کرد که شرکت‌کنندگان چه نوع اطلاعاتی را افزوده بودند. برای تشخیص تمایز انواع اطلاعات در متن‌های بازنویسی شده از طبقه‌بندی عناصر اطلاعات (Vicente et al, 2007) استفاده شد. ویسنت و همکاران (Vicente et al, 2007)، پنج نوع اطلاعات موقعیتی که می‌تواند به متن مسئله افزوده شود و به ساخت یک مدل موقعیتی کمک کند، را مشخص کردند: اطلاعات توصیفی^۱ (D)، قصدی^۲ (I)، عملی^۳ (A)، زمانی^۴ (T) و علی^۵ (C).

اطلاعات «توصیفی» شامل نام‌ها، اشیاء و مکان‌هایی است که در مسئله بیان می‌شود. به عنوان مثال «سارا»، «مدرسه»، «کابل». در اطلاعات «قصدی»، قصد انجام کاری در متن مسئله مطرح می‌شود. به عنوان مثال؛ «پیترا می‌خواهد سیم‌کشی خانه‌اش را تعویض کند ...». در اطلاعات «علی»، علت انجام کار مطرح می‌شود. به عنوان مثال؛ «از آنجایی که پیترا متوجه شد، کابل‌ها کافی نیستند، ...». همچنین اطلاعات «عملی» شامل اطلاعاتی می‌شود که کاری انجام می‌گیرد. به عنوان مثال؛ «... یک متر کابل بیشتر خرید.» و در اطلاعات «زمانی» نیز زمان مطرح می‌شود. به عنوان مثال؛ «پس از خرید آن کابل، ...»، «وقتی کارش تمام می‌شود، متوجه می‌شود که ...» و یا «فردا».

در این مطالعه، هر مسئله با توجه به دسته‌بندی بالا، کدگذاری شد. کدگذاری‌ها توسط نویسندگان اول و دوم انجام گرفت. آن‌ها در ابتدا با هم متن‌های بازنویسی شده را خواندند و در مورد ملاک‌های دسته‌بندی بحث و گفت‌وگو کردند. در مرحله دوم آن‌ها به طور انفرادی، متن مسائل را خواندند و متن‌های بازنویسی شده را دسته‌بندی کردند و در نهایت با هم دسته‌بندی را بررسی و برای مواردی که دسته‌بندی‌ها اختلاف داشتند، یک تصمیم مشترک گرفته شد. رویه کدگذاری به کار رفته با دو مثال از متن بازنویسی شده توسط شرکت‌کنندگان با توجه به پنج دسته‌بندی بالا، ارائه می‌شود.

علی در روز ولادت پیامبر اکرم (ص) بسته‌های شکلات درست کرد. او برای همسایه، ۳ بسته شکلات می‌برد. به همسایه چند شکلات رسیده است؟

توصیفی (D): علی، همسایه علی

قصدی (I): -

عملی (A): درست کردن بسته‌های شکلات، بردن شکلات‌ها برای همسایه

زمانی (T): روز ولادت پیامبر اکرم (صلی الله علیه و آله و سلم)

علی (C): -

امین دانش آموز کلاس چهارم است و فردا آزمون نوبت دوم از کتاب ریاضی دارد. او فصل اول (عددنویسی و الگوها) را در ۴۵ دقیقه مطالعه و تمرین کرد. کتاب او ۷ فصل دارد. چقدر طول می‌کشد تا او کل کتاب را مطالعه کند و برای

¹ Descriptive

² Intentional

³ Action

⁴ Temporal

⁵ Causal

آزمون آماده شود؟

توصیفی (D): امین، دانش‌آموز کلاس چهارم، آزمون نوبت دوم، کتاب ریاضی، فصل اول کتاب (عددنویسی و الگوها).

قصیدی (I): -

عملی (A): مطالعه و تمرین کردن فصل عددنویسی.

زمانی (T): فردا

علی (C): آماده شدن برای آزمون نوبت دوم.

این مسئله از کتاب چهارم ابتدایی انتخاب شده بود و اعضاء سعی کردند تا متن مسئله از لحاظ موقعیت، به موقعیت این دانش‌آموزان نزدیک‌تر باشد. در دنیای واقعی بسته به تسلط دانش‌آموز به مطلب، زمان لازم برای مطالعه آن نیز متفاوت هست، علاوه بر آن سرعت مطالعه در ابتدای مطالعه نسبت به سرعت مطالعه در فصل‌های پایانی متفاوت خواهد بود و خستگی فرد در مدت زمان می‌تواند موثر باشد. لذا این مسئله نیز پاسخی دقیق ندارد و تنها می‌توان مدت زمان را تخمین زد.

یافته‌ها

راهبردهای معلمان در طرح مسئله کلامی تفسیری

با توجه به دسته‌بندی بالا در مورد راهبرد به کار گرفته شده توسط معلمان برای طرح مسائل کلامی تفسیری، مسائل هر ۱۵ گروه به دقت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج توزیع راهبردهای معلمان در طرح مسائل، در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱. تعداد و درصد نوع راهبرد در مورد طرح مسئله کلامی تفسیری

نوع دیدگاه در مورد طرح مسئله کلامی تفسیری	تعداد مسئله	درصد
ساخت مسئله بدون پاسخ (مشابه مسئله سن کاپیتان)	۷	۴۶/۶٪
ساخت مسئله با وارد کردن اطلاعات اضافی و دارای پاسخ عددی	۴	۲۶/۷٪
ساخت مسئله‌ای که پاسخ ریاضی آن با توجه به ملاحظات دنیای واقع‌گرایانه تفاوت دارد؛	۴	۲۶/۷٪

حدود نیمی از مسائل با دادن اطلاعاتی غیرمرتبط با خواسته مسئله، مسائلی بدون پاسخ طرح شده (۴۶/۶٪) و ۲۶/۷٪ از مسائل دارای اطلاعاتی اضافی و قابل حل و دارای پاسخ عددی بودند، ۲۶/۷٪ از مسائل طرح شده نیز به گونه‌ای بودند که پاسخ ریاضی پس از تحلیل با توجه به ملاحظات دنیای واقعی تفاوت داشت و لزوماً پاسخ عددی نداشتند.

عناصر افزوده شده در متن مسئله‌های افزوده شده

همان‌طور که در بالا توضیح داده شد، تجزیه و تحلیل عمیق‌تری روی متن‌های بازنویسی شده انجام گرفت. این تجزیه و تحلیل مشخص می‌کرد که شرکت‌کنندگان چه نوع اطلاعاتی را افزوده بودند (اطلاعات توصیفی (D)، قصیدی (I)، عملی (A)، زمانی (T) و علی (C)). تعداد و درصد هر نوع از عناصر افزوده شده به متن مسئله در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. تعداد و درصد هر نوع از عناصر افزوده شده به متن مسئله

نوع عناصر افزوده شده	C	T	A	I	D
تعداد	۸	۹	۱۵	۶	۴۷
درصد	۹/۴٪	۱۰/۶٪	۱۷/۶٪	۷/۱٪	۵۵/۳٪

بیشترین تعداد عناصر افزوده، مربوط به عناصر توصیفی (۴۷ مورد از ۸۵ مورد) و پس از آن عناصری که به انجام

گرفتن کاری مربوط است (۱۵ مورد از ۸۵ مورد) می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

برنامه‌درسی ریاضی مدرسه‌ای در طول سالیان متمادی دچار تحولات متعددی شده است و همواره در کانون توجه قرار داشته است. مدل‌سازی به‌عنوان یکی از اهداف آموزشی در سند برنامه‌درسی ملی (۱۳۹۱) آمده است، این مسائل می‌تواند توانایی حل مسائل روزمره و انتزاعی را در فرد پرورش دهد و در واقع به لحاظ آماده‌سازی فرد برای مواجه شدن با مسائل دنیای واقعی در زندگی آینده حائز اهمیت است. با وجود تأکید برنامه‌درسی ریاضی به مدل‌سازی، برخی یافته‌ها حاکی از نقش کم‌رنگ مدل‌سازی در کتب ریاضی مدرسه‌ای است. به‌عنوان قدمی در راستای اجرایی کردن این مهم، می‌توان از مسائل کلامی تفسیری که بیشترین قرابت را با مسائل مدل‌سازی دارند، بهره گرفت. این نوع مسائل، تمرین‌های خوبی برای فعالیت‌های مدل‌سازی ریاضی هستند.

در مطالعه حاضر دو وبینار (که به‌صورت کارگاهی برنامه‌ریزی شده بود)، پیرامون موضوع برنامه‌درسی و راهبردهایی برای اجرایی کردن آن در کلاس درس برگزار شد و ۷۵ نفر از معلمان ریاضی شرکت داشتند. پس از توضیحات و مثال‌هایی پیرامون برنامه‌درسی، مدل‌سازی و مسائل کلامی تفسیری، شرکت‌کنندگان در ۱۵ گروه ۵ نفره به‌طور تصادفی قرار گرفتند و از آنان خواسته شد، مسئله‌ای کلامی (استاندارد)، از کتب ریاضی دوره ابتدایی انتخاب و سعی در تفسیری کردن آن، نمایند.

نتایج مطالعه روی مسائل بازنویسی شده توسط شرکت‌کنندگان نشان داد؛ حدود نیمی از گروه‌ها مسائلی بدون پاسخ، طرح نمودند. این نوع مسائل، شبیه به مسئله مشهور «سن کاپیتان» اند، مسئله سن کاپیتان را می‌توان به‌عنوان جرقه‌ای در نظر گرفت که از سال ۱۹۸۵ توجه جامعه پژوهشی را به پدیده «توقف مفهوم سازی» جلب کرد، این نوع مسائل، نوع متفاوتی از مسائل کلامی تفسیری هستند. وجود این نوع مسائل در کتب درسی مدرسه‌ای، می‌تواند سبب تغییر در تفکری رایج؛ که هر مسئله‌ای که توسط معلم یا در کتب درسی مطرح می‌شود، دارای جواب و الزاماً معنادار است، می‌شود. ۲۶/۷٪ از مسائل، به گونه‌ای طرح شدند که پاسخ ریاضی، پس از تحلیل با توجه به ملاحظات دنیای واقعی، تفاوت داشتند. این دسته از مسائل نیز در تعریف مسائل کلامی تفسیری (Dewolf et al, 2016) قرار می‌گیرند و تنها با استفاده از یک یا چند عملیات حسابی با اعداد داده شده در مسئله، نمی‌توان به آن پاسخ داد. ۲۶/۷٪ از مسائل بازنویسی شده، مسائلی قابل حل و با پاسخی عددی بودند که اطلاعاتی اضافی به متن مسئله وارد شده بود و بایستی در مرحله خواندن و درک مسئله، این اطلاعات اضافی تحلیل و از مسیر محاسبات خارج می‌شدند.

علاوه بر آن، تجزیه و تحلیل عمیق‌تری روی متن‌های بازنویسی شده انجام گرفت. این تجزیه و تحلیل مشخص می‌کرد که شرکت‌کنندگان چه نوع اطلاعاتی را افزوده بودند. برای تشخیص تمایز انواع اطلاعات در متن‌های بازنویسی شده از طبقه-بندی عناصر اطلاعات (Vicente et al, 2007) استفاده شد؛ اطلاعات توصیفی، قصدی، عملی، زمانی و علی. حدود نیمی از عناصر افزوده شده (۵۵/۳٪)، مربوط به اطلاعات توصیفی (به‌عنوان مثال: علی، مدرسه) می‌شد و در ۸ مسئله از ۱۵ مسئله (۹/۴٪)، دلیل انجام محاسبات برای حل مسئله ذکر شده بود (به‌عنوان مثال؛ کافی بودن چادر برای اردو، بهینه بودن از لحاظ اقتصادی)، در ۹ مورد از کل ۸۵ مورد عناصر افزوده شده (۱۰/۶٪) در مورد زمان موقعیتی که مسئله در آن رخ داده (به‌عنوان مثال؛ فردا، روز ولادت، شب یلدا) به متن مسئله افزوده شده بود. در ۱۵ مورد (۱۷/۶٪) به انجام کاری در موقعیت مسئله اشاره شده (به‌عنوان مثال؛ خریدن، تخفیف گرفتن، برپا کردن چادر) و در ۶ مورد (۷/۱٪) قصد انجام کاری مطرح می‌شود (به‌عنوان مثال؛ قصد رفتن به اردوگاه، ساخت هواپیما). به طور کلی در طرح اینگونه مسائل هدف از افزودن اطلاعات موقعیتی به مسئله نبایستی گیج کردن مخاطب باشد و اگر اطلاعات افزوده شده به مسائل کلامی تفسیری به موقعیت زندگی واقعی‌ای که مسئله در آن رخ داده است، شبیه‌تر شود، به نسبت تعداد بیشتری از دانش‌آموزان هنگام حل این نوع مسائل، از دانش دنیای واقعی در فرایند حل مسئله استفاده می‌کنند (Mellone et al, 2017).

ریاضیات مسائل کلامی تفسیری، نسبت به مسائل مدل‌سازی، اغلب ریاضیات پیچیده‌ای ندارد و می‌تواند با توجه به

سطح دانش ریاضی هر پایه تحصیلی، این نوع مسائل طراحی شوند. این مسائل در قالبی از دنیای واقعی و نزدیک به تجربه دانش‌آموزان قابل طراحی است که در راستای اهداف برنامه‌درسی ملی یعنی «توانایی حل مسائل روزمره و مدل‌سازی» است. بازنویسی مسائل کلامی استاندارد به مسائل کلامی تفسیری را می‌توان به‌عنوان راهبردی اجرایی در راستای اهداف برنامه‌درسی مدرسه‌ای در نظر گرفت.

کشف تأثیر فعالیت بازنویسی مسائل کلامی در مدت زمان طولانی بر عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی تفسیری و مسائل مدل‌سازی و یا این که افزودن چه نوع اطلاعاتی به متن مسئله، می‌تواند سبب بهبود این عملکرد شود، می‌تواند چالشی جهت تحقیق جدید برای بازنویسی بهتر مسائل کلامی ریاضی باشد.

مشارکت نویسندگان

این مقاله برگرفته از یک پژوهش اصیل است و نتایج آن برای اولین بار در مجله مطالعات آموزشی و آموزشگاهی منتشر شده است. در ضمن، هر دو نویسنده مقاله حاضر، در همه مراحل تحقیق مشارکت داشته‌اند.

تشکر و قدردانی

از تمامی معلمانی که در این پژوهش همکاری داشتند، قدردانی می‌شود.

تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است»

منابع

- خزاعی، زهره، و رفیع‌پور، ابوالفضل (۱۳۹۶). درگیر شدن دانشجویان در بازی مسائل کلامی ریاضی؛ نادیده گرفتن عقل سلیم، نهمین همایش ملی ریاضی دانشگاه پیام نور کرمان. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.
- دری، محمد مهدی، و رفیع‌پور، ابوالفضل (۱۳۹۴). نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسایل کلامی ریاضی: نقش اصالت. مجموعه مقالات همایش ملی آموزش ابتدایی و بزرگداشت استاد غلامحسین شکوهی. ۵۷۵ - ۵۸۶. بیرجند. ایران.
- شورای عالی آموزش و پرورش (۱۳۹۱). برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران. تهران: دبیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش.
- فرامرزیور داریزینی، نوشین، و رفیع‌پور، ابوالفضل (۱۳۹۲). قوانین نانوشته در مورد سن کاپیتان چه می‌گویند؟ رشد آموزش ریاضی، ۳۰، ۴-۹.
- فلیک، او. (۱۳۸۷). درآمدی بر تحقیق کیفی، ترجمه هادی جلیلی. تهران: نشر نی.
- کریمیان‌زاده، اعظم، و رفیع‌پور، ابوالفضل (۱۳۹۱). نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل دنیای واقعی، رشد آموزش ریاضی، ۲۹، ۳۷-۴۴.
- گویا، زهرا (۱۳۹۰). سیر تحول و شکل‌گیری برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای ایران. رشد آموزش ریاضی، ۲۸ (۴)، ۴-۱۲.
- یافتیان، نرگس، و ابراهیمی علویچه، محمد (۱۳۹۹). روند تغییرات برنامه‌درسی مدرسه‌ای و کتاب‌های درسی ریاضی ایران با تأکید بر دوره‌های متوسطه. فرهنگ و اندیشه ریاضی، ۳۹ (۶۷)، ۴۱-۶۰.

<https://dorl.net/dor/20.1001.1.10226443.1399.39.67.4.9>

References

- Dewolf, T., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2016). Can visual aids in representational illustrations help pupils to solve mathematical word problems more realistically? *European Journal of Psychology of Education*, 32, 335-351. <https://doi.org/10.1007/s10212-016-0308-7>
- Dewolf, T., Van Dooren, W., Ev Cimen, E., & Verschaffel, L. (2014). The impact of illustrations and warnings on solving mathematical word problems realistically. *Journal of Experimental Education*, 82, 103-120. <https://doi.org/10.1080/00220973.2012.745468>

- Dewolf, T., Van Dooren, W., Hermens, F., & Verschaffel, L. (2015). Do students attend to representational illustrations of nonstandard mathematical word problems, and, if so, how helpful are they? *Instructional Science*, 43, 147–3171. <https://doi.org/10.1007/s11251-014-9332-7>
- Dorri, M. & Rafipour, A. (2015). *Ignoring common sense in solving mathematical verbal problems: The role of originality*, Proceedings of the National Conference on Elementary Education and Honoring Professor Gholamhossein Shokoohi, 575-586. Birjand. Iran [In Persian].
- Faramarzpour Darzini, N., & Rafipour, A. (2013). What do the unwritten rules say about the age of the captain? *Mathematics Education Development*, 30, 4-9 [In Persian].
- Flick, U. (2008). *An Introduction to Qualitative Research* (translated by Hadi Jalili). Tehran, Ni. (Original publication date: 1956) [In Persian].
- Gooya, Z. (2011). The evolution and formation of Iranian school mathematics curricula. *Mathematics Education Development*, 28(4), 4-12. [In Persian].
- Greer, B., Verschaffel, L., & De Corte, E. (2003). The answer is really 4.5: Beliefs about word problems. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 271–292). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Greer, B., Verschaffel, L., Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for Life: Mathematics and Children's Experience. In: Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H.W., Niss, M. (Eds.) *Modelling and Applications in Mathematics Education. New ICMI Study Series*, vol 10. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_7
- Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions: the role of interpretive activity in word problem solving. *Learning and Instruction*, 15, 69–83. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.12.004>
- Karimianzadeh, A. & Rafipour, A. (2012). Ignoring common sense in solving real-world problems. *Mathematics Education Development*, 29, 37-44. [In Persian]
- Khazaei, Z. & Rafipour, A. (2017). *Students' involvement in playing mathematical word problems; ignoring common sense*, 9th National Mathematics Conference of Payam Noor University of Kerman. [In Persian]
- Koç, D., & Elçi, A. N. (2022). The effect of mathematical modeling instruction on pre-service primary school teachers' problem solving skills and attitudes towards mathematics. *Journal of Pedagogical Research*, 6(4), 111–129. <https://doi.org/10.33902/JPR.202217783>
- Mellone M., Verschaffel, L., & Van Dooren, V. (2017) The effect of rewording and dyadic interaction on realistic reasoning in solving word problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 46,1-12. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.02.002>
- Supreme Council of Education (2012). *National Curriculum of the Islamic Republic of Iran*. Tehran: Secretariat of the Supreme Council of Education.
- Van Dooren, W., Lem, S., De Wortelaer, H., & Verschaffel, L. (2019). Improving realistic word problem solving by using humor. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53, 96-104. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.10.004>
- Verschaffel, L., De Corte, B., & Greer, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 4, 339–359. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(97\)00008-X](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00008-X)
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, 273–294. [https://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90002-7](https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90002-7)

- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM Mathematics Education*, 52, 1-16. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-02203-x>
- Verschaffel, L., Van Dooren, W., Greer, B., & Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising word problems as exercises in mathematical modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 9-29. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0001-2>
- Vicente, S., Orrantia, J., & Verschaffel, L. (2007). Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. *British Journal of Educational Psychology*, 77, 829–848. <https://doi.org/10.1348/000709907X178200>
- Vos, P. (2011). *What Is 'Authentic' in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling?* *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, ICTMA14, 713-722. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_68
- Wisenöcker, A. S., Binder, S., Holzer, M., Valentini, A., Wally, C., & Große, C. S. (2024). Mathematical problems in and out of school: The impact of considering mathematical operations and reality on real-life solutions. *European Journal of Psychology of Education*, 39(2), 767-783. <https://doi.org/10.1007/s10212-023-00734-2>
- Xin, Z., Lin, C., Zhang, L., & Yan, R. (2007). The performance of Chinese primary school students on realistic arithmetic word problems. *Educational Psychology in Practice*, 23, 145–159. <https://doi.org/10.1080/02667360701320853>
- Yaftian, N., & Ebrahimi Aloveicheh, M. (2019). The Trend of Changes in School Curriculum and Mathematics Textbooks in Iran with Emphasis on Secondary Courses. *Mathematical Culture and Thought*, 39(67), 60-41 [In Persian]. <https://dorl.net/dor/20.1001.1.10226443.1399.39.67.4.9>